

Serie 2

Neben den Aufgaben dieser Serie empfehlen wir Ihnen aus Papula Bd. 2 III

- zu Abschnitt 2 die Übungsaufgaben 10, 11, 17 sowie 20-24.

1. Wir betrachten die durch $f(x, y) = \ln((x-1)^2 + y - 3) - y$ gegebene Funktion f .

- Skizzieren Sie den (maximalen) Definitionsbereich der Funktion f .
- Bestimmen Sie die Tangentialebene an den Graphen von f im Punkt $(0, 4)$.
- Bestimmen Sie diejenigen Punkte, in denen die Tangentialebene an den Graphen der Funktion f parallel zur x - y -Ebene liegt.

2. Wir betrachten die durch $f(x, y) = (\sin x)^y$ gegebene Funktion f .

- Approximieren Sie die Funktion f um den Punkt $(\frac{\pi}{6}, 2)$ linear.
- Geben Sie mit Hilfe dieser Linearisierung eine Näherung für die Zahl $(\sin 31^\circ)^{1.98}$.

3. Wir betrachten die Kurve $x^3 + 2y^3 + xy = 4$ um den Punkt $(2, -1)$.

- Gibt es eine Funktion $y = y(x)$ von x , so dass sich die Kurve in der Nähe dieses Punktes als Graph von y darstellen lässt? Wenn ja, welchen Wert hat $y'(2)$?
- Gibt es eine Funktion $x = x(y)$ von y , so dass sich die Kurve in der Nähe dieses Punktes als Graph von x darstellen lässt? Wenn ja, welchen Wert hat $x'(-1)$?

4. Die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = 3x^4 - 4x^2y + y^2.$$

besitzt ihren einzigen kritischen Punkt im Koordinatenursprung. Zeigen Sie:

- Die Einschränkung der Funktion f auf eine beliebige Gerade durch den Koordinatenursprung nimmt dort ein lokales Minimum an.
- Die Einschränkung der Funktion f auf die Parabel $y = \frac{3}{2}x^2$ durch den Koordinatenursprung nimmt dort ein globales Maximum an.

Bitte wenden!

5. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf lokale Extrema und Sattelpunkte:

a) $f(x, y) = -x^2 - 2x + xy - y^2 - 2y + 4$

b) $g(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$

c) $h(x, y) = (5x^2 + 7y^2) e^{-x^2 - y^2}$

d) $\varphi(x, y) = e^{2x} \cos y$

Mehr **Informationen** zur Vorlesung und den Übungen finden Sie unter

http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/fs2013/other/mathematik2_umnw

Eine **Übersicht** über den in der Vorlesung behandelten Stoff erhalten Sie unter

http://www.math.ethz.ch/~acannas/2013_FS_MathematikII/

Dort finden Sie auch die in der Vorlesung verwendeten **Folien**.

Die **Präsenz** der Gruppe 6 findet montags, mittwochs und donnerstags

im Raum $\left\{ \begin{array}{ll} \text{HG G.19.2} & \text{am 20.3. und 21.3.} \\ \text{HG G 19.1} & \text{sonst} \end{array} \right.$

von 12-13 Uhr statt.