D-MAVT
K. Nipp
A. Hiltebrand

FS 2013

NUMERISCHE MATHEMATIK

Serie 11

1. Von einer gesuchten Funktion $f(x)$ seien die Funktionswerte f_j an den Stützstellen x_j, $j = 0, 1, 2, 3$ bekannt:

x_j	1	2	4	6
f_j	0	2	1	-2

a) Bestimmen Sie die Lagrange'sche Darstellung des Interpolationspolynoms.

b) Werten Sie das Interpolationspolynom an der Stelle $x = 3$ aus.

c) Werten Sie das Interpolationspolynom an der Stelle $x = 3$ mit Hilfe der Baryzentrischen Formel aus.

2. **a)** Legen Sie eine Spline-Interpolationsfunktion durch die Daten

x_j	-1	0	1/2	1
f_j	2	0	1	1

Werten Sie sie aus für $x = -0.5$.
Hinweis: Benutzen sie die 'not a knot'-Bedingung.

b) (**PA**) *Runges Beispiel*: Gegeben seien die Funktion $f(x) = 1/(1 + x^2)$ und die Stützpunkte $(x_j, f(x_j))$, wobei $x_j = -5 + j$, $j = 0, \ldots, 10$.

Plotten Sie die Spline-Interpolationfunktion und das Interpolationspolynom mit Hilfe der MATLAB-Funktionen `spline`, `polyfit` und `polyval` und vergleichen Sie die Resultate.

3. Von der 2π-periodischen Funktion f seien die folgenden drei Funktionswerte bekannt

$$f_0 = f(0), \quad f_1 = f\left(\frac{2\pi}{3}\right), \quad f_2 = f\left(\frac{4\pi}{3}\right).$$

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der DFT das interpolierende trigonometrische Polynom.

b) Bestimmen Sie das interpolierende trigonometrische Polynom direkt mit Hilfe des Ansatzes

$$p(x) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(x) + b_1 \sin(x).$$

Bitte wenden!

4. *Multiple Choice.*

a) Legen Sie durch die Daten

x_j	0	$1/2$	1
f_j	1	$\sqrt{e}$	e

das Interpolationspolynom $P_2(x)$ vom Grad 2.

$P_2(1/4)$ ist ungefähr gleich:

◯ 1.2718 ◯ 1.2840

◯ 1.2817 ◯ 1.2845

b) Schätzen Sie den maximalen Fehler $|f(x) - P_2(x)|$ der Interpolation aus **a)** im Intervall $[0, 1]$, wobei $f(x) = e^x$. Benutzen sie dazu die Darstellung des Interpolationsfehlers aus dem Skript.

Die Schätzung ist ungefähr gleich:

◯ 0.0080 ◯ 0.0218

◯ 0.0144 ◯ 0.2265

c) Um ein Polynom p vom Grad n exakt zu interpolieren, braucht man im Allgemeinen mindestens die folgende Anzahl Stützstellen (nur das Beste ankreuzen):

◯ $n - 1$ ◯ $n + 1$

◯ n ◯ $n + 2$

d) Berechnen Sie das Hermite-Interpolationspolynom $g(x)$ für die Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[0, 1]$ mit den Daten

$$f(0) = 1, \quad f'(0) = 1, \quad f(1) = e, \quad f'(1) = e.$$

$g(1/4)$ ist ungefähr gleich:

◯ 1.2718 ◯ 1.2840

◯ 1.2817 ◯ 1.2845

Abgabe: Am Mittwoch 22.05. in den Übungsstunden.