Zusatzserie 6

1 (a) $\mathbb{D}_1$: A, B, C, D, E, M, T, U, V, W, Y (1 symm. achse) $\mathbb{C}_1$: F, G, J, K, L, P, Q, R (keine Symm.)

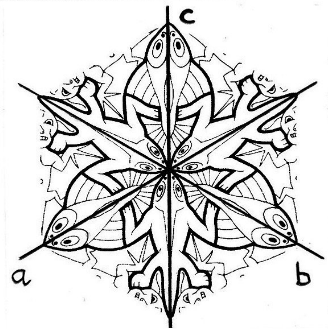
$\mathbb{D}_2$: H, I, O, X (2 symm. achsen) $\mathbb{C}_2$: N, S, Z (Punktsymm.)

(b) $\mathbb{D}_1$: -BOB-, AHA $\mathbb{D}_2$: -OHO- $\mathbb{C}_2$: SOS, NON,

---

2 (a) $\text{Symm}(\Omega_1) = \{I, R_{Z,120°}, R_{Z,240°}\}$ (Z = Figurzentrum)

$\text{Symm}(\Omega_2) = \{I, R_{Z,120°}, R_{Z,240°}, S_a, S_b, S_c\}$ (Z Figurzentrum)



(b)

$\circ$	I	$R_{Z,120°}$	$R_{Z,240°}$
I	I	$R_{Z,120°}$	$R_{Z,240°}$
$R_{Z,120°}$	$R_{Z,120°}$	$R_{Z,240°}$	I
$R_{Z,240°}$	$R_{Z,240°}$	I	$R_{Z,120°}$

(c1) $X = R_{Z,240°}$

(c2) $X = R_{Z,240°}$

(c3) $X_1 = I$, $X_2 = R_{Z,120°}$, $X_3 = R_{Z,240°}$ } Jedes Element aus $\text{Symm}(\Omega_1)$ ist Lösung! (zykl. Gruppe)

---

3 (a)

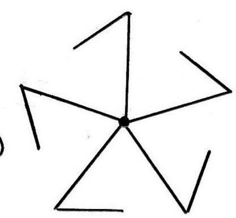
$\circ$	I	X_1	X_2	X_3	X_4
I	I	X_1	X_2	X_3	X_4 ← ①
X_1	X_1	X_2	X_3	X_4 ④	I ③
X_2	X_2	X_3	X_4	I ⑥	X_1 ⑤
X_3	X_3	X_4 ④	I ⑥	X_1 ⑧	X_2 ⑦
X_4	X_4	I ③	X_1 ⑤	X_2 ⑦	X_3

↑②

1. Zeile ① ergänzen
2. Spalte ② "
3. I in ③, X_4 in ④

weiter mit ⑤, ⑥, ⑦, ⑧

(zykl. Gruppe!)



(Bem: Gruppenaxiome G1, G3, G4 gemäss Tafel erfüllt, G2 für Kongr. trsf stets erfüllt.)

(b) $X_1 = R_{Z,72°}$, $X_2 = R_{Z,144°}$, $X_3 = R_{Z,216°}$, $X_4 = R_{Z,288°}$ (Z Figurzentrum)

---

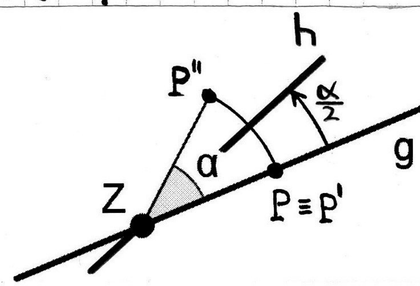
4 (a) Z ist Fixpunkt von $R_{Z,\alpha} \circ S_g$ (Kongruenztransformation!) da Fixpunkt von S_g und von $R_{Z,\alpha}$

Nach Satz 2.9 ist ist $\underbrace{R_{Z,\alpha} \circ S_g}_{\text{gegensinnig!}}$ entweder die Identität (↯ Orientierung, I gleichsinnig)

eine Rotation (↯ " , R ")

oder eine Geradenspiegelung an einer Geraden h durch Z

$R_{Z,\alpha} \circ S_g$ ist also eine Geradenspiegelung S_h, und zwar geht h durch Z und der Winkel von g nach h ist $\alpha/2$, wie der Punkt P zeigt.



(b) $\alpha = 0°$, d.h. $R_{Z,\alpha} = I$ also $R_{Z,\alpha} \circ S_g = I \circ S_g = S_g$

$\alpha = 180°$, d.h. $\alpha/2 = 90°$, also $h \perp g$

$S_g \circ R_{Z,\alpha} = S_h$, h durch Z, der Winkel von g nach h ist $-\frac{\alpha}{2}$

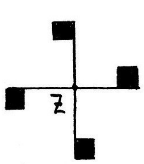
---

5 (a) Durch $R_{Z,90°}$ kann jedes Element der zykl. Gruppe $\mathbb{C}_4$ erzeugt werden:

$\underline{\underline{R_{Z,90°}}}$ | $\underline{\underline{R_{Z,180°}}} = R_{Z,90°} \circ R_{Z,90°}$ | $\underline{\underline{R_{Z,270°}}} = R_{Z,90°} \circ R_{Z,90°} \circ R_{Z,90°}$ | $\underline{\underline{I}} = R_{Z,360°} = \underbrace{R_{Z,90°} \circ \ldots \circ R_{Z,90°}}_{\text{4 Faktoren}}$

(Dies ist die kleinste Gruppe, die $R_{Z,90°}$ enthält)

(b)



(c) Durch $R_{Z,90°}$ und S_g kann jedes Element der Diedergruppe $\mathbb{D}_4$ erzeugt werden.

$I, R_{Z,90°}, R_{Z,180°}, R_{Z,270°}$ (Erzeugung siehe (a)), S_g

$\underline{\underline{S_{g_2}}} = R_{Z,90°} \circ S_g$ | $\underline{\underline{S_{g_3}}} = R_{Z,90°} \circ S_{g_2} = R_{Z,90°} \circ (R_{Z,90°} \circ S_g)$

$\underline{\underline{S_{g_4}}} = R_{Z,90°} \circ S_{g_3} = R_{Z,90°} \circ (R_{Z,90°} \circ (R_{Z,90°} \circ S_g))$

(d)