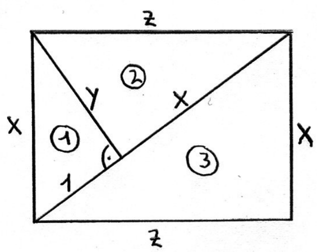
① (a)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$\mathbb{C}_2$	$\mathbb{D}_3$	$\mathbb{C}_1$	$\mathbb{D}_5$	$\mathbb{D}_3$	$\mathbb{C}_2$	$\mathbb{D}_1$	$\mathbb{D}_2$	$\mathbb{D}_2$	$\mathbb{D}_1$

(b)



$y = \sqrt{x^2-1}$ Pythagoras in ①

$z = \sqrt{(x+1)^2 - x^2}$ " " ③

$= \sqrt{x^2+2x+1-x^2} = \sqrt{2x+1}$

$x^2 + y^2 = z^2$ Pythag. in ②

$x^2 + x^2 - 1 = 2x+1 \iff 2x^2 - 2x - 2 = 0$

$x^2 - x - 1 = 0$ QG $\rightsquigarrow x = \underline{\underline{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}} > 0$

Flächenverhältnis:

$$\frac{F_②}{F_①} = \frac{\frac{1}{2}xy}{\frac{1}{2}1y} = x = \underline{\underline{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}}$$

Verhältnis des Goldenen S.

(c) $|AA_1| = \sqrt{|SA|^2 - |SA_1|^2} = \sqrt{s^2 - (0.8s)^2} = \sqrt{0.36s^2} = 0.6s$

$|A_1A_2| = 0.8|AA_1|$ da ΔA_1B_1S massstäbliche Verkleinerung von ΔABS mit Faktor 0.8, andere auch

$L = |AA_1| + |A_1A_2| + |A_2A_3| + |A_3A_4| + \ldots = 0.6s + 0.8|AA_1| + 0.8|A_1A_2| + 0.8|A_2A_3| + \ldots$

$= 0.6s + 0.8\underbrace{(|AA_1| + |A_1A_2| + |A_2A_3| + \ldots)}_{L}$ $\mid -0.8L$ $\rightarrow 0.2L = 0.6s$

$L = \underline{\underline{3s}}$

(d) Im $\triangle$ ΔOAB: $\frac{|OB|}{|AB|} = \cos\varphi \rightsquigarrow |OB| = c\cdot\cos\varphi$, Im $\triangle$ ΔOPB: $\frac{|OP|}{|OB|} = \sin\varphi \rightarrow |OP| = |OB|\sin\varphi$

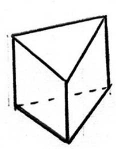
x-koord. von P: $x = |OP|\cos\varphi = |OB|\sin\varphi\cdot\cos\varphi = c\cdot\cos\varphi\sin\varphi\cos\varphi$

y-koord. von P: $y = |OP|\sin\varphi = |OB|\sin\varphi\cdot\sin\varphi = c\cdot\cos\varphi\sin\varphi\sin\varphi$

$$\gamma: [0,\tfrac{\pi}{2}] \longrightarrow \mathbb{R}^2,\ \varphi \longmapsto \vec{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} c\cdot\sin\varphi\cdot\cos^2\varphi \\ c\cdot\cos\varphi\cdot\sin^2\varphi \end{pmatrix}$$

---

② (a)



(b) Würfel: 4 Quadrate als Seitenflächen
2 Quadrate als Deck- & Grundfläche
nur 3-kantige Ecken

(c) Ja, Deck- & Grundfläche bilden 2 kongruente, reguläre x-Ecke, die senkrecht übereinander und parallel zueinander angeordnet sind. Der Abstand ist gleich der Seitenlänge der x-Ecke.

(d) ① $3\cdot e = 2k$ (In jeder Ecke stossen 3 Kanten zusammen, dabei wird jede doppelt gezählt)

② $f = x+2$

③ $4x + 2n = 2k$ (Jedes der x Quadrate hat 4 Kanten, jedes der 2 n-Ecke n Kanten, dabei wird jede Kante doppelt gezählt)

$2 = e - k + f \overset{①}{=} \frac{2}{3}k - k + f$

$= f - \frac{1}{3}k = x + 2 - \frac{1}{3}\,\frac{4x+2n}{2}$

$= x + 2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}n = 2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}n$

$\rightsquigarrow 0 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}n \iff \underline{\underline{x = n}}$

---

③ (a)

∘	I	X	Y	Z
I	I	X	Y	Z
X	X	Y	Z	I
Y	Y	Z	I	X
Z	Z	I	X	Y

$X\circ X = I \rightsquigarrow \underbrace{(X\circ X)}_{I}\circ X = X = Z$ ↯

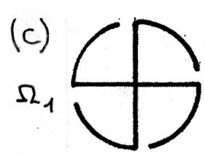
$X\circ X = Z \rightsquigarrow \underbrace{(X\circ X)}_{Z}\circ X = Z$

$\rightsquigarrow$ Z kommt in Spalte zweimal vor ↯

Also: $X\circ X = Y$ und $Y\circ X = Z$, $X\circ Y = Z$

(b) $Y = X\circ X$, $I = X\circ X\circ X\circ X$

(c)



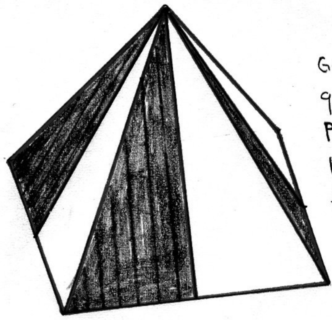
Mittelpunkt M

$X = R_{M,90°}, Y = R_{M,180°}, Z = R_{M,270°}$

oder

$X = R_{M,270°}, Y = R_{M,180°}, Z = R_{M,90°}$

(d)



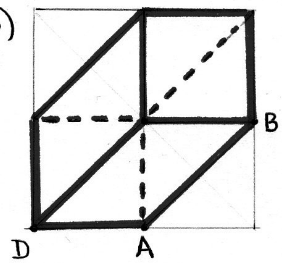
Gerade, quadr. Pyramide mit halben Seitenflächen schwarz

(e) $\mathrm{Symm}(\Omega) = \mathbb{C}_4$ UG von $\mathbb{C}_8$ und $\mathbb{D}_4$

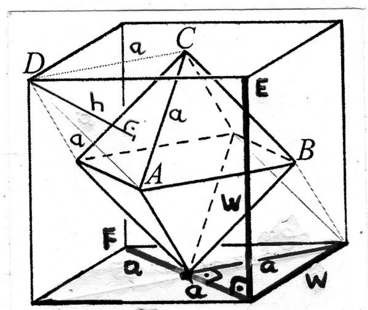
---

④ (a) Rhombus (denn $AB \parallel DC$ und $|AB| = |DC| = a$) Innenwinkel $60°$ und $120°$, Seitenlänge a

(b)



(c)



Die Würfeldiagonale EF steht $\perp$ auf ABCD und deren Parallelfläche. Der Abstand von E zu ABCD ist gleich der Tetraederhöhe h.

$h = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a$ Skript Bsp. 2.1

Würfelseite w: $w = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}\, a$

Würfeldiag. $|EF| = \sqrt{(2a)^2 + w^2} = \sqrt{6a^2} = \sqrt{6}\, a$

Parallelflächenabstand: $e = |EF| - 2h = \sqrt{6}\, a - 2\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a \quad \left(= \frac{\sqrt{6}}{3} a \approx 0.816 a\right)$

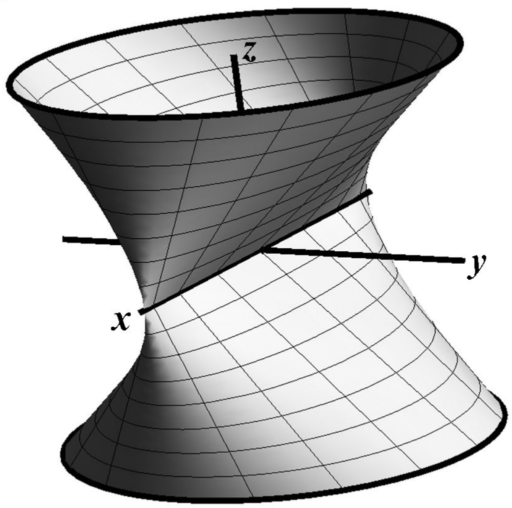
(d) Nein. $D, E \in \tilde{P}$ aber die Strecke DE gehört nicht zu $\tilde{P}$ (AC ist eine einspringende Kante!)

(e) $V_{Tetra} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ Skript Bsp 2.1, $V_{Okta} = 2 \cdot V_{Pyramide} = 2 \cdot \frac{1}{3} \underbrace{a^2}_{G'fläche} \cdot \frac{w}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3} a^2 \frac{\sqrt{2}\, a}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$

$$\frac{V_{\tilde{P}}}{V_P} = \frac{V_{Okta} + 8 V_{Tetra}}{V_{Okta} + 2 V_{Tetra}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3} a^3 + \frac{8\sqrt{2}}{12} a^3}{\frac{\sqrt{2}}{3} a^3 + \frac{2\sqrt{2}}{12} a^3} = \frac{\frac{12}{12}\sqrt{2}\, a^3}{\frac{6}{12}\sqrt{2}\, a^3} = \frac{2}{1}$$

---

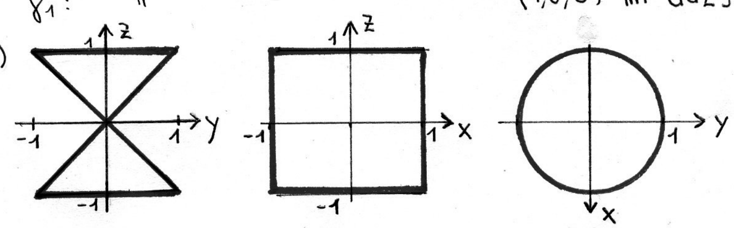
⑤



(a) γ_0 : Horizontaler Kreis mit Radius 1 um $(0,0,-1)$ im UZS gezeichnet

γ_1 : " " " " " $(1,0,0)$ im GUZS "

(c)



(d) $A_\varphi B_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi - \cos\varphi \\ \sin\varphi - (-\sin\varphi) \\ 1 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sin\varphi \\ 2 \end{pmatrix}$ d.h. parallel (y,z)-Ebene bzw. $\perp$ x-Achse

$\vec{r} = \overrightarrow{OA_\varphi} + t\, \overrightarrow{A_\varphi B_\varphi} = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ -\sin\varphi + 2t\sin\varphi \\ -1 + 2t \end{pmatrix}$

$S : (\varphi, t) \longmapsto \vec{r}(\varphi, t) = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ (2t-1)\sin\varphi \\ 2t - 1 \end{pmatrix} \quad (0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le t \le 1)$

(e) $\vec{s} = \vec{r}_{t_0}{}'(\varphi_0) = \begin{pmatrix} -\sin\varphi_0 \\ (2t_0 - 1)\cos\varphi_0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{t} = \vec{r}_{\varphi_0}{}'(t_0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sin\varphi_0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{n} = \vec{s} \times \vec{t} = \begin{pmatrix} -\sin\varphi_0 \\ (2t_0 - 1)\cos\varphi_0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 2\sin\varphi_0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(2t_0-1)\cos\varphi_0 \\ 2\sin\varphi_0 \\ -2\sin^2\varphi_0 \end{pmatrix}$ d.h. nicht abwickelbar

$-\sin\varphi_0 \quad 0$

$(2t_0 - 1)\cos\varphi_0 \quad 2\sin\varphi_0$