

Notieren Sie beim Lösen alle wichtigen Teilschritte, achten Sie auf eine saubere Darstellung. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt, und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen. **Viel Erfolg!** Zeit: 1 Std.  
*Erlaubte Hilfsmittel: Skript mit Notizen, Übungen u. alte Prüfungen mit Lösungen, elementarer Taschenrechner*  
 Lesen Sie zuerst alle Aufgaben durch. Verweilen Sie nicht allzu lange bei einer Aufgabe, die Ihnen Schwierigkeiten bereitet. Es wird nicht erwartet, dass Sie alle Aufgaben vollständig lösen.

1. Einstiegsaufgabe:

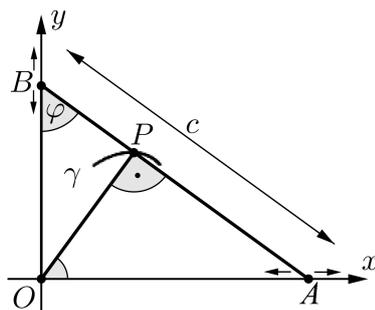
[5P.] Die **Kurve**  $\gamma$  wird beschrieben durch:  $\gamma : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \vec{r}(t) := \begin{pmatrix} 2 - t \\ -0.5t^2 + 2 \end{pmatrix}$

(a) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von  $\gamma$  mit den Koordinatenachsen. (Für die volle Punktzahl muss der Rechnungsweg ersichtlich sein.) Skizzieren Sie die Kurve  $\gamma$  in ein ebenes Koordinatensystem (Anfangs- und Endpunkt beachten!).

(b) Bestimmen Sie eine Gleichung von  $\gamma$  in der Form  $y = f(x)$ .

2. Aus der Basisprüfung Sommer 2013

[5P.] Die Strecke  $AB$  mit der festen Länge  $c$  gleitet mit ihren Enden  $A, B$  den Koordinatenachsen entlang (Figur 1). Vom Ursprung  $O$  aus wird das Lot auf die Strecke  $AB$  gefällt. Benutzen Sie den Parameter  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ ) und ermitteln Sie eine Parameterdarstellung der Bahnkurve  $\gamma$  des Lotfußpunktes  $P$ . (Tipp: Bestimmen Sie die Länge  $|OP|$  und damit die Koordinaten  $x$  und  $y$  von  $P$  als Funktionen von  $\varphi$ .)



Figur 1 (Aufgabe 1)

3. Aus der Basisprüfung Winter 2013

[12P.] Durch die folgende Parameterdarstellung wird eine **Fläche**  $S$  beschrieben

$$S : (\varphi, t) \mapsto \vec{r}(\varphi, t) := \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ 1 - t \\ t \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (0 \leq \varphi < 2\pi, 0 \leq t \leq 1)$$

(a) Skizzieren Sie in einem räumlichen Koordinatensystem die Fläche  $S$  durch ein angedeutetes Netz von  $\varphi$ - und  $t$ -Linien. Was für Kurven sind die  $\varphi$ - bzw. die  $t$ -Linien?

(b) Ist  $S$  eine Regelfläche? (Kurze Begründung ohne Rechnung)

(c) Leiten Sie die Koordinatengleichung (Gleichung in  $x, y$  und  $z$ ) der Fläche  $S$  her.

(d) Berechnen Sie den Normalenvektor im allgemeinen Flächenpunkt  $\vec{r}_0 := \vec{r}(\varphi_0, t_0)$ .

Ist  $S$  abwickelbar? (Ohne Begründung)

(e) Unter welchem Winkel trifft die  $t$ -Linie zu  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  auf die  $(x, z)$ -Ebene?