Studiengang Architektur | Mathematisches Denken | FS 2014

Übungsserie 4

Abgabe der (z.T. mit dem TR) gelösten Aufgaben: **Freitag 28. März 2014** in der Vorlesung

1. **Platonische Körper**

   (a) Welche Platonischen Körper erfüllen die Aussage: „Jede Ecke hat von jeder andern den gleichen Abstand“ und welche erfüllen „Sich gegenüberliegende Kanten sind parallel“?

   (b) Es gibt unendlich viele reguläre Vielecke aber nur fünf reguläre Polyeder, die jeweils aus lauter kongruenten, regulären Vielecken des gleichen Typs aufgebaut sind. Begründen Sie in Worten und durch Skizzen: „Es gibt unendlich viele Polyeder, die jeweils aus lauter kongruenten Quadraten und zwei kongruenten regulären Vielecken anderen Typs aufgebaut sind.“

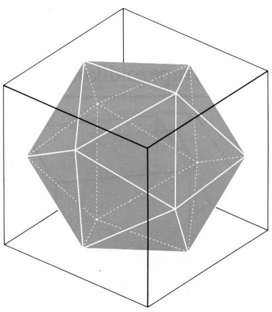
   (c) Ein **Würfel**, ein reguläres **Tetra-**, **Okta-** und **Ikosaeder** stehen je ausbalanciert mit einer Kante auf dem Boden. (Figur 1 zeigt z. B. ein solches Ikosaeder.) Skizzieren Sie die vier Körper in der **Ansicht von oben** (d.h. in der Blickrichtung senkrecht zum Boden). (Achten Sie in Ihren Skizzen auf korrekte Winkel und Proportionen.)

2. Ein **Keil** ist ein Polyeder mit einem n-Eck als Grundfläche und einer dazu parallelen Strecke (Schneide) als „Deckfläche“. Die Seitenflächen sind Dreiecke oder Trapeze. Figur 1 zeigt einen Keil mit lauter dreieckigen Seitenflächen.

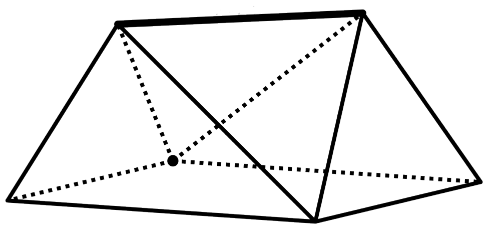
   (a) Wie viele Ecken, Kanten und Flächen (ausgedrückt mit n) hat ein Keil mit lauter dreieckigen Seitenflächen? Verifizieren Sie die Eulersche Polyederformel!

   (b) Skizzieren Sie einen Keil mit dreieckigen *und* trapezförmigen Seitenflächen. Wie muss die Schneide bezüglich dem gegebenen n-Eck ausgerichtet sein, damit der Keil auch trapezförmige Seitenflächen enthält?

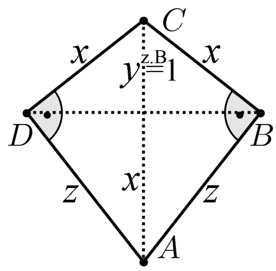
   (c) Skizzieren Sie einen Keil, der nicht konvex ist.



Figur 1 (Aufgabe 1c)



Figur 2 (Aufgabe 2)



Figur 3 (Aufgabe 3)

3. Im **rechtwinkligen Drachenviereck** $ABCD$ (Figur 2) teilt die kürzere Diagonale BD die längere Diagonale AC gerade so, dass der grössere Abschnitt x gleich gross wie die Seite BC ist. In welchem Verhältnis $x : y$ teilt dann BD die Diagonale AC? Um was für ein Verhältnis handelt es sich?

4. (a) Ein freistehendes Bürogebäude mit Flachdach und rechteckigem Grundriss wird massstäblich von $10\,000\,\text{m}^3$ Volumeninhalt auf $13\,310\,\text{m}^3$ vergrössert. Um wie viel Prozent nimmt dadurch die Wärmeabstrahlung des Gebäudes zu? Annahme: Die Wärmeabstrahlung ist proportional zur Gebäudeoberfläche.

   (b) Dreht man ein rechtwinkliges Dreieck um eine Kathete, entsteht ein **Kegelkörper**. Um wieviel % vergrössert sich das Volumen des Körpers, wenn die Dreiecksfläche massstäblich unter Wahrung aller Proportionen um 44 % vergrössert wird?

5. Im Folgenden werden **konvexe Polyeder** betrachtet, die aus 8 regulären n_1-Ecken und 6 regulären n_2-Ecken aufgebaut sind und nur 3-kantige Ecken (d.h. in jeder Ecke stossen 3 Kanten zusammen) besitzen. (Z. B. würde $n_1 = 6$ und $n_2 = 4$ bedeuten, dass der Körper aus 8 regulären Sechsecken und 6 Quadraten besteht.)

   (a) Begründen Sie durch Betrachten der prinzipiell möglichen (3-kantigen) Eckfiguren, dass $n_1 = 6$ und $n_2 = 4$ möglich ist.

   (b) Skizzieren Sie einen solchen Körper mit $n_1 = 3$ und $n_2 = 8$. (Tipp: Vom Würfel ausgehen)

   (c) Bestimmen Sie mithilfe der Eulerschen Polyederformel alle Lösungen für n_1 und n_2.

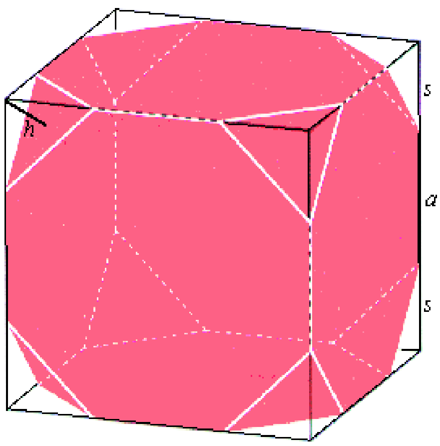
6. Figur 5 zeigt einen **Würfelstumpf**, der aus lauter regelmässigen Dreiecken und regelmässigen Achtecken der Seitenlänge $a = 1$ aufgebaut ist.

   (a) Der Würfelstumpf stehe mit einer Dreieckfläche auf der Grundrissebene. Skizzieren Sie die Ansicht von oben. (Von oben nicht sichtbare Kanten weglassen. Achten Sie auf korrekte Winkel.)

   (b) Wie gross ist die Kantenlänge w des umgebenden Würfels?

   (c) Der Würfelstumpf besitzt eine Umkugel. Berechnen Sie den Umkugelradius R.

   (d) Wie gross ist das Volumen des Würfelstumpfs?



Figur 5 (Aufgabe 6)