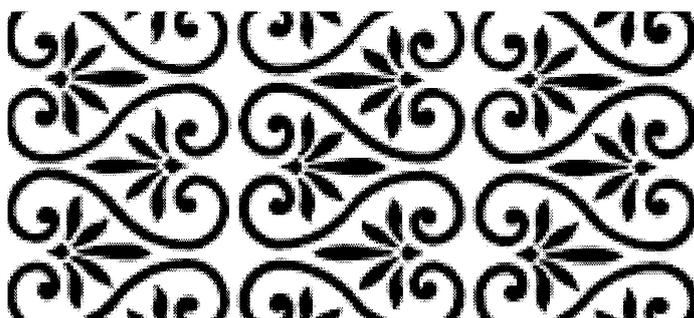


Übungsserie 5

**Abgabe** der (z.T. mit dem TR) gelösten Aufgaben: **Freitag 9. Mai 2014** in der Vorlesung

1. Figur 1 zeigt ein **Bandornament (Fries)**. Man muss sich die Figur nach links und nach rechts bis ins Unendliche fortgesetzt denken. Zählen Sie alle (von der Identität verschiedenen)
- (a) Translationen (zugehörige Vektoren formal angeben, kleinsten Vektor  $\vec{v}$  einzeichnen)
  - (b) Geradenspiegelungen (zugehörige Symmetrieachsen in den Ausschnitt einzeichnen)
  - (c) Rotationen (zugehöriger Drehwinkel angeben und Drehzentren in den Ausschnitt eintragen)
  - (d) Gleitspiegelungen (zugehörige Translationsvektoren und Spiegelungsgeraden formal angeben)
- auf, die das Bandornament mit sich selbst zur Deckung bringen, d.h. die Symmetrietransformationen des Bandornaments sind. Geben Sie in (b) bzw. (c) ferner an, wie gross der Abstand zweier benachbarter Symmetrieachsen bzw. Drehzentren ist, wenn  $v$  die Länge des kleinsten Vektors aus (a) bezeichnet.



Figur 1 (Aufgabe 1)



Figur 2 (Aufgabe 2)

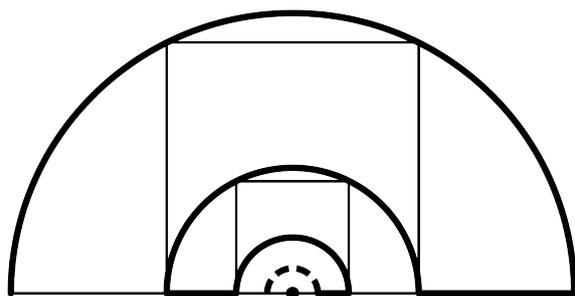
2. Gegeben sind ein **Rhombus** (Raute) und ein quadratisches **Muster** (Figur 2).
- (a) Führen Sie geeignete Bezeichnungen ein und ermitteln Sie für beide Figuren alle vier Kongruenztransformationen, welche die Figur mit sich selbst zur Deckung bringen.
  - (b) Stellen Sie die zugehörigen **Verknüpfungstafeln** auf und nennen Sie einen strukturellen Unterschied.
3. „*Wer A sagt muss auch B sagen*“: Es sollen alle möglichen „Wörter“ bestehend nur aus den beiden Buchstaben  $A$  und  $B$  gebildet werden. Dabei ist als Spielregel zu beachten, dass auf ein  $A$  immer ein  $B$  folgen muss. ( $A$  darf somit auch nicht am Schluss eines „Wortes“ stehen.)
- (a) Schreiben Sie das einzige, mögliche Wort der Länge 1 auf. (Länge  $\hat{=}$  Anzahl Buchstaben) Schreiben Sie alle möglichen Wörter der Länge 2, der Länge 3, 4 und der Länge 5 auf. Wie viele sind es jeweils?
  - (b) Geben Sie ein Gesetz an, wie die Anzahl  $a_n$  der Wörter der Länge  $n$  berechnet werden kann und begründen Sie es.
  - (c) Die Brüche  $\frac{a_n}{a_{n-1}}$  nähern sich für  $n \rightarrow \infty$  immer mehr einem speziellen Wert. Welchem?
4. Welche der folgenden Zahlenmengen bilden bezüglich der Zahlen-Multiplikation (Zeichen  $\cdot$ ) eine Gruppe? Ist die Gruppe endlich oder unendlich, kommutativ oder nicht-kommutativ?
- |  |  |
|--|--|
| $\mathbb{T} = \{1, 2, 4, \dots, 1024\}$                | Menge der natürlichen Teiler der Zahl 1024 |
| $\mathbb{E}$   | Menge der Zahlen mit Endziffer 5           |
| $\mathbb{K} = \{1, 8, 27, 64, 125, 216, \dots\}$       | Menge der Kubikzahlen                      |
| $\mathbb{D} = \{\dots, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, \dots\}$ | Menge der Zehnerordnungen                  |

Verifizieren Sie im Falle einer Gruppe alle Gruppenaxiome, anderenfalls genügt es, das ‘erste’, nicht erfüllte Gruppenaxiom anzugeben und anhand eines Zahlen-Beispiels zu verdeutlichen.

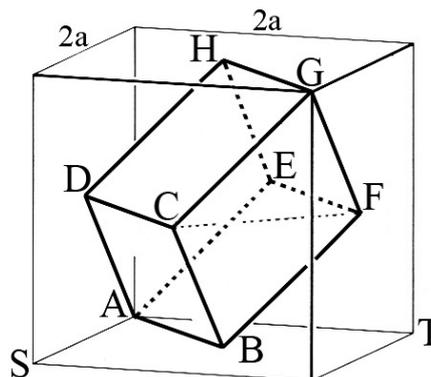
Übungsserie 5

5. Einem **Halbkreis** mit Radius  $r$  wird ein Quadrat einbeschrieben (Figur 3). Über der Grundseite des Quadrates wird der Halbkreis gezeichnet, welchem wiederum ein Quadrat einbeschrieben wird und so weiter. Alle Halbkreise bzw. Quadrate sind masstäbliche Verkleinerungen voneinander.

- (a) Berechnen Sie die Seitenlänge  $s_1$  des grössten Quadrates (ausgedrückt durch  $r_1 = r$ ).
- (b) Berechnen Sie die Länge der fett ausgezogenen Linie, die aus unendlich vielen Stücken zusammengesetzt ist. (Die Endlichkeit der Länge sei vorausgesetzt.)



Figur 3 (Aufgabe 5)



Figur 4 (Aufgabe 6)

6. Die Flächenmitten  $B, C, D, E, F, H$  und die Ecken  $A, G$  des abgebildeten Würfels der Kantenlänge  $2a$  bilden die Ecken des **Polyeders**  $ABCDEFGH$  (Figur 4).

- (a) Skizzieren Sie das Dreieck  $STG$  und darin die Punkte  $B, F, G, C$ . (Blickrichtung senkrecht auf die Fläche  $STG$ ) Was für eine Figur bilden  $B, F, G, C$ ? (Seitenlängen, Innenwinkel angeben)
- (b) Wie gross ist die Oberfläche des Polyeders (ausgedrückt durch  $a$ )?
- (c) Überprüfen Sie die Eulersche Polyederformel. Ist das Polyeder kombinatorisch regulär? (Kurze Begründung)
- (d) Was für ein Körper entsteht, wenn vom Polyeder die Dreieckspyramiden  $CFHG$  und  $BEDA$  abgeschnitten werden?
- (e) Berechnen Sie das Volumen des Polyeders (ausgedrückt durch  $a$ ).