D-BAUG Analysis II FS 2015

Dr. Meike Akveld

Info's zu der Prüfung

- Die Prüfung findet am **Mittwoch 19. August, 09:00 - 13:00** statt.
- **Hilfsmittel:** Selbstverfasste Zusammenfassung (4 A4-Blätter = 8 A4-Seiten) und eine Formelsammlung (aus der Liste).
- Die Prüfung hat voraussichtlich 9 Aufgaben, alle mit gleichem Gewicht:

  3 davon sind reine Analysis I-Aufgaben und 6 beziehen sich auf den Analysis II-Teil des Kurses. Eine der Analysis II-Aufgaben wird aus 5 10 verschiedenen Multiple Choice Aufgaben bestehen.
- Es wird auch im Sommer ein sogenannter **Ferienpräsenz** stattfinden – Details folgen später.

Integralsätze

Ein Hauptsatz für die mehr-dimensionale Analysis gibt es als solches nicht, aber wir haben verschiedene Varianten kennengelernt: Sei $\mathbf{F}$ ein 2-dimensionales Vektorfeld, so haben wir die beide Varianten von Green:

$$\text{Green I:} \qquad \oint_\gamma \mathbf{F}\, d\mathbf{r} = \iint_R \frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y}\, dA \quad \text{mit}\, \partial R = \gamma$$

$$\text{Green II:} \qquad \oint_\gamma \mathbf{F}\, d\mathbf{n} = \iint_R \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y}\, dA \quad \text{mit}\, \partial R = \gamma$$

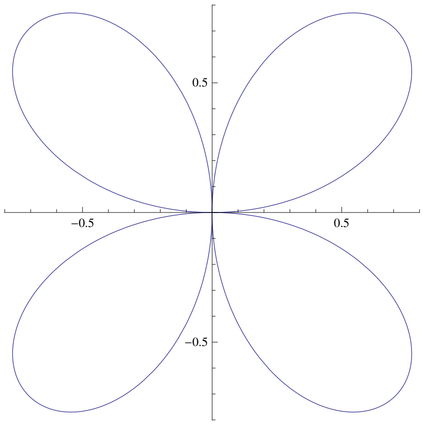
Wenn $\mathbf{F}$ ein 3-dimensionales Vektorfeld, so lässen sich diese beide Sätze wie folgt verallgemeinern:

$$\text{Stokes:} \qquad \oint_\gamma \mathbf{F}\, d\mathbf{r} = \iint_S \operatorname{rot} \mathbf{F}\, d\mathbf{S} \quad \text{mit}\, \partial S = \gamma$$

$$\text{Gauss:} \qquad \iint_S \mathbf{F}\, d\mathbf{S} = \iiint_D \operatorname{div} \mathbf{F}\, dV \quad \text{mit}\, \partial D = S$$

Repetitionsaufgaben

1. **[Sommer 2011]** Bestimmen Sie die Zirkulation des Vektorfelds $F = \big(\cos y + 2\ln x, \ln x + y^3 - x\sin y\big)$ über das Blütenblatt im ersten Quadraten der in Polarkoordinaten durch die Gleichung $r = \sin(2\theta)$ gegebenen Rose mit vier Blütenblättern (siehe Abbildung).



2. **[Sommer 2012]** Berechnen Sie das Integral $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, wobei $F(x,y,z) = (2x, -y, -1)$ ist und
$$S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1, z \geq 0\right\}$$
die Oberfläche eines Halbellipsoids bezeichnet. Die Normale ist nach aussen gerichtet.

3. **[Sommer 2014]** Berechnen Sie den Fluss der Vektorfelds $\vec{K}(x,y,z) = (x^2, y, z)$ von innen nach aussen durch die Oberfläche des Körpers
$$B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + z^2 \leq 1 + x^2 \leq 2\}$$
Hinweis: Verwenden Sie die Zylinderkoordinaten $x = x, y = r\cos\phi, z = r\sin\phi$.

4. **[Winter 2014]** Betrachten Sie die Fläche S, die durch $z = x(1-x)y(1-y)$ mit $0 \leq x \leq 1$ und $0 \leq y \leq 1$ gegeben ist. Sei $\mathbf{F}(x,y,z) = (0,0,x)$. Berechnen Sie den Fluss nach oben durch S.

5. **[Sommer 2012]** Sei $f(x,y) = (x^2 + y^2 - 1)^2$. Bestimmen Sie die globalen Extrema von f auf dem Gebiet G (siehe Abbildung).