MC-Fragen Serie 3

Einsendeschluss: 9.10.2014, 20:00 Uhr

---

1. Das Supremum der Menge $\{\pm\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ ist

(a) -1

Falsch. Es gilt: $-1 < 1$ und $1 \in M$.

(b) 0

Falsch. Es gilt: $0 < 1$ und $1 \in M$.

(c) $\frac{1}{2}$

Falsch. Es gilt: $\frac{1}{2} < 1$ und $1 \in M$.

√ (d) 1

Richtig.

(e) ∞

Falsch. Es gilt: $\forall n \in \mathbb{N} : \pm\frac{1}{n} \leq 1$.

(f) existiert nicht

Falsch. Das Supremum existiert immer.

2. Die auf allen reellen Zahlen definierten Funktionen f und g seien ungerade. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) Die Funktion $f + g$ ist ungerade.

(b) Die Funktion $f - g$ ist ungerade.

√ (c) Die Funktion $f \cdot g$ ist ungerade.

(d) Die Funktion f/g ist gerade. Hier wird angenommen, dass 0 nicht im Bild von g ist.

Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\begin{aligned}
(f+g)(-x) &= f(-x)+g(-x) = -f(x)-g(x) = -(f+g)(x) \;\Rightarrow f+g \text{ ist ungerade,}\\
(f-g)(-x) &= f(-x)-g(-x) = -f(x)+g(x) = -(f-g)(x) \;\Rightarrow f-g \text{ ist ungerade,}\\
(f\cdot g)(-x) &= f(-x)\cdot g(-x) = (-f(x))\cdot(-g(x)) = (f\cdot g)(x) \;\Rightarrow f\cdot g \text{ ist gerade und}\\
(f/g)(-x) &= \frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{-f(x)}{-g(x)} = (f/g)(x) \;\Rightarrow f/g \text{ ist gerade.}
\end{aligned}$$

Also lautet die richtige Antwort (c).

3. Welche der folgenden Funktionen $]-1,1[\longrightarrow \mathbb{R}$ ist streng monoton wachsend?

(a) $x \mapsto |x| + x$

(b) $x \mapsto x^3 - x$

(c) $x \mapsto \frac{x^3-2x^2}{5-x}$

√ (d) $x \mapsto e^x$

(e) $x \mapsto \arctan(-2x)$

Auf $]-1,0]$ ist $x \mapsto |x| + x = 0$ konstant, also ist die Funktion in (a) nicht streng monoton wachsend. Weil $(\frac{1}{2})^3 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{8} < 0 = 0^3 - 0$ gilt, ist auch die Funktion in (b) nicht streng monoton wachsend. Es gilt

$$\frac{0^3 - 2\cdot 0^2}{5-0} = 0 > \frac{(\frac{1}{2})^3 - 2(\frac{1}{2})^2}{5-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{12},$$

deshalb ist die Funktion in (c) nicht streng monoton wachsend. Es gilt $\arctan(0) = 0 > \arctan(-2\cdot\frac{1}{4}) = -\frac{\pi}{4}$ und daher ist die Funktion in (e) nicht streng monoton wachsend. Nur die Exponentialfunktion in (d) ist streng monoton wachsend.