

Übungsserie 4

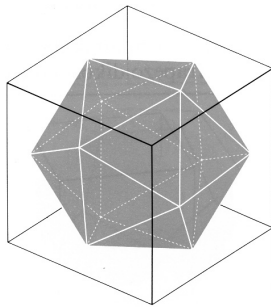
Abgabe der (z.T. mit dem TR) gelösten Aufgaben: **Freitag 27. März 2015** in der Vorlesung

1. Platonische Körper

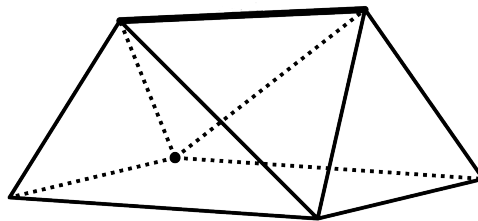
- (a) Welche Platonischen Körper erfüllen die Aussage: „Jede Ecke hat von jeder andern den gleichen Abstand“ und welche erfüllen „Sich gegenüberliegende Kanten sind parallel“?
- (b) Es gibt unendlich viele reguläre Vielecke aber nur fünf reguläre Polyeder, die jeweils aus lauter kongruenten, regulären Vielecken des gleichen Typs aufgebaut sind. Begründen Sie in Worten und durch Skizzen: „Es gibt unendlich viele Polyeder, die jeweils aus lauter kongruenten Quadraten und zwei kongruenten regulären Vielecken anderen Typs aufgebaut sind.“
- (c) Ein **Würfel**, ein reguläres **Tetra-**, **Okta-** und **Ikosaeder** stehen je ausbalanciert mit einer Kante auf dem Boden. (Figur 1 zeigt z. B. ein solches Ikosaeder.) Skizzieren Sie die vier Körper in der **Ansicht von oben** (d.h. in der Blickrichtung senkrecht zum Boden). (Achten Sie in Ihren Skizzen auf korrekte Winkel und Proportionen.)

2. Ein **Keil** ist ein Polyeder mit einem n -Eck als Grundfläche und einer dazu parallelen Strecke (Schneide) als „Deckfläche“. Die Seitenflächen sind Dreiecke oder Trapeze. Figur 2 zeigt einen Keil mit lauter dreieckigen Seitenflächen.

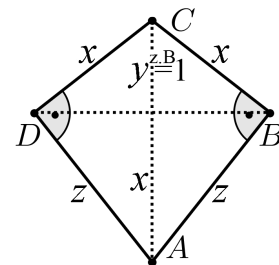
- (a) Wie viele Ecken, Kanten und Flächen (ausgedrückt mit n) hat ein konvexer Keil mit lauter dreieckigen Seitenflächen? Verifizieren Sie die Eulersche Polyederformel!
- (b) Skizzieren Sie einen Keil mit dreieckigen *und* trapezförmigen Seitenflächen. Wie muss die Schneide bezüglich dem gegebenen n -Eck ausgerichtet sein, damit der Keil auch trapezförmige Seitenflächen enthält?
- (c) Skizzieren Sie einen Keil, der nicht konvex ist.



Figur 1 (Aufgabe 1c)



Figur 2 (Aufgabe 2)



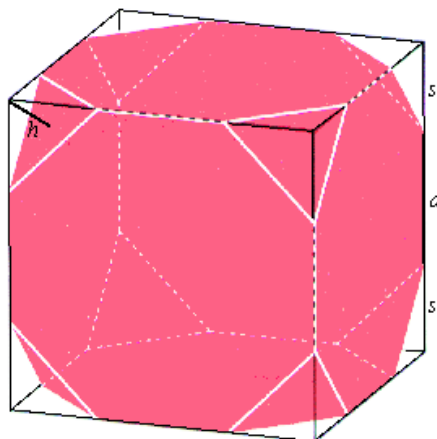
Figur 3 (Aufgabe 3)

3. Im **rechtwinkligen Drachenviereck** $ABCD$ (Figur 2) teilt die kürzere Diagonale BD die längere Diagonale AC gerade so, dass der grössere Abschnitt x gleich gross wie die Seite BC ist. In welchem Verhältnis $x : y$ teilt dann BD die Diagonale AC ? Um was für ein Verhältnis handelt es sich?

- (a) Ein freistehendes Bürogebäude mit Flachdach und rechteckigem Grundriss wird massstäblich von $10\,000\text{ m}^3$ Volumeninhalt auf $13\,310\text{ m}^3$ vergrössert. Um wie viel Prozent nimmt dadurch die Wärmeabstrahlung des Gebäudes zu? Annahme: Die Wärmeabstrahlung ist proportional zur Gebäudeoberfläche.
- (b) Dreht man ein rechtwinkliges Dreieck um eine Kathete, entsteht ein **Kegelkörper**. Um wieviel % vergrössert sich das Volumen des Körpers, wenn die Dreiecksfläche massstäblich unter Wahrung aller Proportionen um 44 % vergrössert wird?

Übungsserie 4

5. Im Folgenden werden **konvexe Polyeder** betrachtet, die aus 8 regulären n_1 -Ecken und 6 regulären n_2 -Ecken aufgebaut sind und nur 3-kantige Ecken (d.h. in jeder Ecke stossen 3 Kanten zusammen) besitzen. (Z. B. würde $n_1 = 6$ und $n_2 = 4$ bedeuten, dass der Körper aus 8 regulären Sechsecken und 6 Quadraten besteht.)
- Begründen Sie durch Betrachten der prinzipiell möglichen (3-kantigen) Eckfiguren, dass $n_1 = 6$ und $n_2 = 4$ möglich ist.
 - Skizzieren Sie einen solchen Körper mit $n_1 = 3$ und $n_2 = 8$. (Tipp: Vom Würfel ausgehen)
 - Bestimmen Sie mithilfe der Eulerschen Polyederformel alle Lösungen für n_1 und n_2 .
6. Figur 5 zeigt einen **Würfelstumpf**, der aus lauter regelmässigen Dreiecken und regelmässigen Achtecken der Seitenlänge $a = 1$ aufgebaut ist.
- Der Würfelstumpf stehe mit einer Dreiecksfläche auf der Grundrissebene. Skizzieren Sie die Ansicht von oben. (Von oben nicht sichtbare Kanten weglassen. Achten Sie auf korrekte Winkel.)
 - Wie gross ist die Kantenlänge w des umgebenden Würfels?
 - Der Würfelstumpf besitzt eine Umkugel. Berechnen Sie den Umkugelradius R .
 - Wie gross ist das Volumen des Würfelstumpfs?



Figur 5 (Aufgabe 6)