

Mathematik II BIOL-B, HST, PHAR

Serie 1

Abgabe: 03/04.03.2015, während der Übungsstunde, oder vor Beginn der Übung am selben Tag im Fach des jeweiligen Assistenten.
Die Fächer befinden sich im Vorraum des Büros HG E 66.1.

Aufgabe 1

Berechnen Sie den Rang der folgenden Matrix mit $\lambda \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \lambda & \frac{9}{5} \\ 2 & 1 & 3\lambda & 0 \\ 1 & 3 & 2 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

Gegeben sei die vom Parameter $\lambda \in \mathbb{C}$ abhängige Matrix A und der Vektor b mit

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1 \\ 0 & \lambda - 1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

1. Für welche Werte von λ verschwindet die Determinante von A ?
2. Wann hat das homogene lineare Gleichungssystem $Ax = 0$
 - (i) nur die triviale Lösung $x = 0$,
 - (ii) auch nichttriviale Lösungen? Wie lauten diese?
3. Wann hat das inhomogene lineare Gleichungssystem $Ax = c$ für jede Inhomogenität $c \in \mathbb{C}^3$ genau eine Lösung?
4. Bestimmen Sie alle Lösungen des Gleichungssystems $Ax = b$ in Abhängigkeit von λ .
Hinweis: $x = (0 \ 0 \ -1)$ ist eine Lösung von $Ax = b$ für alle λ .

Aufgabe 3

Für welche Werte des Parameters $\lambda \in \mathbb{C}$ besitzt das homogene lineare Gleichungssystem nicht-triviale Lösungen?

1. $\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 1 & -2\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix};$
2. $\begin{pmatrix} 2 + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 - \lambda & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -\lambda & -1 \\ 2 & -4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$

Bitte beachten Sie auch die Hinweise auf der Vorlesungshomepage unter https://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/fs2015/other/mathematik2_biol. Dort finden Sie weitere Informationen zur Vorlesung, und unter "Übungen" auch den üblichen Übungsablauf, die Serien samt Lösungen im PDF-Format sowie die Raumzuteilung der einzelnen Gruppen.