

Serie 17

KONSTRUKTIONEN MIT ZIRKEL UND LINEAL

1. Zeige, dass ein reguläres Pentagon mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist,
 - (a) abstrakt mit Hilfe von Körpertheorie.
 - (b) durch Angabe einer expliziten Konstruktion.
2. Ausserirdische, die im \mathbb{R}^n leben, haben dich gebeten, den n -Würfel mit Zirkel und Lineal zu verdoppeln. Für welche Werte von n kannst du das erreichen?
3. Sei $\zeta := e^{2\pi i/p}$ für eine ungerade Primzahl p . Zeige:
 - (a) $[\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q}] = p - 1$. (*Hinweis*: Eisenstein-Kriterium.)
 - (b) Ist ein regelmässiges p -Eck konstruierbar, so ist p eine *Fermat-Primzahl*, das heisst, $p = 2^{2^k} + 1$ für ein $k \geq 0$.
- *4. Sei $n \geq 1$. Zeige, dass die n -Teilung eines allgemeinen Winkels mit Zirkel und Lineal genau dann möglich ist, wenn n eine Zweierpotenz ist.