Serie 1

1. Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen.
Hinweis: Erst denken, dann rechnen...

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 490 \\ -8\pi & 3507 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 200 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 490 \\ -8\pi & 3507 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

b) $B = \prod_{j=-3}^{5} \begin{pmatrix} j-3 & j^2 \\ (j+3)^2 & 2j \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 18 & 54 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 25 & 125 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

d) $D = \begin{pmatrix} 666 & -8 & 2 & 0 \\ -\pi & 7 & 0 & \frac{3}{4} \\ 2 & 1 & -3 & 5 \\ 333 & -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{C}$, für welche die Determinante der folgenden Matrix verschwindet.

a) $\begin{pmatrix} x^4 + 3x^3 - 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3x^3 & 7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} x^2 & -2x & 13x^2 & 7 \\ 3x^2-6 & -6x & 39x^2+10 & 27 \\ 3x & 0 & -5x & 2x \\ 3 & 0 & -5 & -3 \end{pmatrix}$

3. Zeigen Sie ohne zu rechnen, dass die Determinante von

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -7 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & 3 \\ -25 & 10 & 0 & 100 \\ 5 & -2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

durch 5 teilbar ist.

Bitte wenden!

4. Gegeben seien die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \eta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Inversen σ^{-1}, τ^{-1} und η^{-1}.

b) Berechnen Sie die Verknüpfungen $\sigma \circ \tau, \tau \circ \sigma, \sigma \circ \eta, \eta \circ \sigma$ und $\sigma \circ \tau \circ \eta$.

5. Schreiben Sie die folgenden Permutationen σ als Permutationsmatrizen P_σ und umgekehrt. Geben Sie ausserdem das Signum der Permutation an.

a) $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

b) $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

d) $P_1 = 1_{10}$

e) $P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

f) $P_{3,n} = \begin{pmatrix} 0 & & 1 \\ & \iddots & \\ 1 & & 0 \end{pmatrix}$ [Die $n \times n$ Matrix mit Einsen auf der Gegendiagonale und sonst überall Nullen] für beliebiges $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$.

Abgabe: Donnerstag, den 3. März 2016 bis 13 Uhr im Fächlein im HG J 68.