MC-Serie 2

1. Seien $f(x_0, y_0) = 0$ und $f_y(x_0, y_0) \neq 0$. Dann ist die Ableitung der in einer Umgebung von x_0 durch $f(x, \varphi(x)) = 0$ definierten Funktion φ gegeben durch

$$\varphi'(x_0) = -\frac{f_x(x_0, y_0)}{f_y(x_0, y_0)}.$$

i) Es muss heissen $\varphi'(x_0) = -\frac{f_y(x_0,y_0)}{f_x(x_0,y_0)}$.

ii) Dies folgt direkt aus der verallgemeinerten Kettenregel für $\frac{d}{dt} f(x(t))$.

iii) Ohne die Funktion φ zu kennen, ist es unmöglich, deren Ableitung zu berechnen.

iv) weiss ich nicht

2. Sei $f(x, y) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ stetig-differenzierbar. Man betrachte die Substitution von f in Polarkoordinaten, d.h. $f(x, y) = f(x(r, \varphi), y(r, \varphi)) = \tilde{f}(r, \varphi)$, wobei $x(r, \varphi) = r\cos(\varphi)$ und $y(r, \varphi) = r\sin(\varphi)$. Wie lautet dann $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ im ersten Quadranten in Polarkoordinaten?

i) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{f}(r,\varphi)}{\partial r}\cos(\varphi) - \frac{\partial \tilde{f}(r,\varphi)}{\partial \varphi}\frac{\sin(\varphi)}{r}$.

ii) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{f}(r,\varphi)}{\partial r} + \frac{\partial \tilde{f}(r,\varphi)}{\partial \varphi}$.

iii) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{f}(r,\varphi)}{\partial r}\sin(\varphi) + \frac{\partial \tilde{f}(r,\varphi)}{\partial \varphi}\frac{\cos(\varphi)}{r}$.

iv) weiss ich nicht

3. Wie lautet der Gradient der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^2y + y$?

i) $\bigtriangledown f(x, y) = x^2 + 2xy + 1$.

ii) $\bigtriangledown f(x, y) = \begin{pmatrix} 2xy \\ x^2 + 1 \end{pmatrix}$

iii) $\bigtriangledown f(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + 1 \\ 2xy \end{pmatrix}$

iv) weiss ich nicht

4. Gegeben ist die Funktion $f : (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = x^3y^2z$. Man setze sich in den Punkt $(1, -1, 1)$. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

i) Man stellt in x-Richtung eine Zunahme der Funktionswerte fest.

ii) Man stellt in y-Richtung eine Abnahme der Funktionswerte fest.

iii) Man stellt in Richtung von $\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ eine Zunahme der Funktionswerte fest.

iv) Man stellt in Richtung von $\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ eine Zunahme der Funktionswerte fest.

v) Man stellt in Richtung von $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ eine Zunahme der Funktionswerte fest.

vi) weiss ich nicht

5. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ an der Stelle (x_0, y_0) partiell nach x differenzierbar. Welcher Ausdruck ist im allgemeinen **nicht** gleich zu den anderen?

i) $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$

ii) $D_{(1,0)}f(x_0, y_0)$

iii) $D_{(-1,0)}f(x_0, y_0)$

iv) $-D_{(-1,0)}f(x_0, y_0)$

v) weiss ich nicht

6. Für $f, g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ gilt

$$\nabla(f \cdot g) = f \cdot \nabla g + g \cdot \nabla f.$$

i) wahr

ii) falsch

iii) weiss ich nicht

7. Da der Gradient die Richtung des maximalen Anstiegs angibt, ist er immer positiv.

i) wahr

ii) falsch

iii) weiss ich nicht