MC-Serie 3

1. Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion. Sei $c \in \mathbb{R}$. Definiere $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\colon g(x,y) = c \cdot f(x,y)$. Welche Aussagen sind richtig?

i) Falls (x_0, y_0) ein lokales Extremum von f ist, dann auch von g.

ii) Falls (x_0, y_0) ein lokales Extremum von g ist, dann auch von f.

iii) Falls (x_0, y_0) ein lokales Maximum von g ist, dann auch von f.

iv) weiss ich nicht

2. Gegeben ist die Funktion $f : (x,y) \mapsto f(x,y)$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

i) Jede globale Extremalstelle ist auch eine lokale Extremalstelle.

ii) Jede lokale Extremalstelle ist auch eine globale Extremalstelle.

iii) Jede lokale Extremalstelle, an der die beiden partiellen Ableitungen f_x und f_y verschwinden, ist eine globale Extremalstelle.

iv) Jede Stelle, an der die beiden partiellen Ableitungen f_x und f_y verschwinden, ist eine lokale Extremalstelle.

v) Es gibt immer nur eine globale Maximalstelle.

vi) weiss ich nicht

3. Sei $f(x,y) : G \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar, wobei $G \subset \mathbb{R}^2$ der Definitionsbereich von f ist. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

i) f hat in (x_0, y_0) ein lokales Maximum bzw. Minimum $\Rightarrow$ $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$.

ii) $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad f$ hat in (x_0, y_0) einen kritischen Punkt.

iii) f hat in (x_0, y_0) ein lokales Maximum $\Rightarrow$ $f(x,y) \leq f(x_0, y_0)$ für alle $(x,y) \in G$ in der Nähe von (x_0, y_0).

iv) $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0 \quad \Rightarrow \quad f$ hat in (x_0, y_0) ein lokales Maximum bzw. Minimum.

v) weiss ich nicht

4. Sei $f(x,y) : G \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar, wobei $G \subset \mathbb{R}^2$ der Definitionsbereich von f ist. Sei (x_0, y_0) ein kritischer Punkt von f, d.h. $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

i) $f_{xy}^2(x_0, y_0) - f_{xx}(x_0, y_0) f_{yy}(x_0, y_0) > 0 \quad \Rightarrow \quad (x_0, y_0)$ ist ein Sattelpunkt

ii) $f_{xy}^2(x_0, y_0) - f_{xx}(x_0, y_0) f_{yy}(x_0, y_0) < 0 \quad \Rightarrow \quad (x_0, y_0)$ ist ein Sattelpunkt iii)

$$
\begin{aligned}
f_{xy}^2(x_0,y_0) - f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0) &< 0 \text{ und } f_{xx}(x_0,y_0) > 0 \\
&\Rightarrow \quad (x_0,y_0) \text{ ist ein lokales Minimum,} \\
\mathrm{f}_{xy}^2(x_0,y_0) - f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0) &< 0 \text{ und } f_{xx}(x_0,y_0) < 0 \\
&\Rightarrow \quad (x_0,y_0) \text{ ist ein lokales Maximum.}
\end{aligned}
$$

iv)

$$
\begin{aligned}
f_{xy}^2(x_0,y_0) - f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0) &< 0 \text{ und } f_{xx}(x_0,y_0) > 0 \\
&\Rightarrow \quad (x_0,y_0) \text{ ist ein lokales Maximum,} \\
\mathrm{f}_{xy}^2(x_0,y_0) - f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0) &< 0 \text{ und } f_{xx}(x_0,y_0) < 0 \\
&\Rightarrow \quad (x_0,y_0) \text{ ist ein lokales Minimum.}
\end{aligned}
$$

v) weiss ich nicht

5. Betrachten Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ erklärt durch die Vorschrift

$$(x,y) \mapsto \sin(x)\sin(y).$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

i) $\nabla f(x,y) = (0,0)$ genau dann, wenn $x = y = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

ii) $\nabla f(x,y) = (0,0)$ genau dann, wenn $x = y = k\pi + \pi/2,\ k \in \mathbb{Z}$.

iii) $\forall \xi = (\xi_1,\xi_2) \in \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\ x = y = k\pi + \pi/2, k \in \mathbb{Z}\big\} :\ \xi$ ist lokaler Minimierer von f.

iv) $\forall \xi = (\xi_1,\xi_2) \in \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\ x = y = k\pi, k \in \mathbb{Z}\big\} :\ \xi$ ist keine Extremstelle von f.

v) weiss ich nicht