

## MC-Serie 6

1. Gegeben ist das Integral  $I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dA$ , wobei  $D$  das Dreieck mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$  bezeichnet. Je nach Wahl des Koordinatensystems und der Reihenfolge der Integrationen lässt sich  $I$  auf verschiedene Arten als zweifaches Integral ausdrücken. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

i)  $I = \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{x^2 + y^2} \, dy \, dx$

ii)  $I = \int_0^1 \int_0^x \sqrt{x^2 + y^2} \, dy \, dx$

iii)  $I = \int_0^{\pi/4} \int_0^{1/\cos \phi} r^2 \, dr \, d\phi$

iv)  $I = \int_0^1 \int_y^1 \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$

v) weiss ich nicht

2. Das Integral der Funktion  $f(x, y) := \sqrt{4 - x^2 - y^2}$  über die Menge  $B := \{(x, y) \mid x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4\}$  ist:

i)  $\iint_B f \, dA = \frac{2}{3}\pi$

ii)  $\iint_B f \, dA = \frac{4}{3}\pi$

iii)  $\iint_B f \, dA = \frac{16}{3}\pi$

iv)  $\iint_B f \, dA = 8\pi$

v)  $\iint_B f \, dA = \frac{32}{3}\pi$

vi) weiss ich nicht

3. Welche der folgenden Interpretationen vom Integral  $I = \iint_B dA$  mit  $B \subset \mathbb{R}^2$  sind korrekt?

i)  $I$  ist immer gleich 0.

ii)  $I$  ist die Fläche von  $B$ .

iii)  $I$  ist das Volumen eines Zylinders der Höhe 1 über  $B$ .

iv) Hat keine geometrische Bedeutung, weil die Funktion  $f(x, y)$  fehlt.

v)  $I$  ist die Masse von  $B$  mit homogener Dichte 1.

vi) weiss ich nicht

4. Das Dreifachintegral einer Funktion  $f$  über dem Gebiet

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3x - 3, 0 \leq z \leq 5\}$$

kann geschrieben werden als

$$\int_0^{3x-3} \int_0^1 \int_0^5 f(x, y, z) \, dz \, dx \, dy.$$

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

5. Das Gebiet

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}, 0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2} \right\}$$

ist eine Sphäre.

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

6. Sei  $B \subset \mathbb{R}^2$  mit Dichtefunktion  $\rho(x, y)$ , dann besitzt der Schwerpunkt  $(x_s, y_s)$  von  $B$  die Koordinaten

- i)  $x_s = \iint_B x \rho(x, y) \, dA, \quad y_s = \iint_B y \rho(x, y) \, dA.$
- ii)  $x_s = \frac{\iint_B y \rho(x, y) \, dA}{\iint_B \rho(x, y) \, dA}, \quad y_s = \frac{\iint_B x \rho(x, y) \, dA}{\iint_B \rho(x, y) \, dA}.$
- iii)  $x_s = \frac{\iint_B x \rho(x, y) \, dA}{\iint_B \rho(x, y) \, dA}, \quad y_s = \frac{\iint_B y \rho(x, y) \, dA}{\iint_B \rho(x, y) \, dA}.$
- iv)  $x_s = \frac{\iint_B x \, dA}{\iint_B dA}, \quad y_s = \frac{\iint_B y \, dA}{\iint_B dA}.$
- v) weiss ich nicht

7. Eine dünne Platte in der  $xy$ -Ebene mit konstanter Dichte, welche symmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse ist, hat einen Schwerpunkt mit  $x$ -Koordinate gleich Null.

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

8. Eine dünne Platte in der  $xy$ -Ebene mit konstanter Dichte, welche symmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse und der  $y$ -Achse ist, hat ihren Schwerpunkt im Ursprung.

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

9. Der Schwerpunkt einer dünnen Platte in der  $xy$ -Ebene liegt immer innerhalb dieser Platte.

- i) wahr

- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht

**10.** Der Schwerpunkt einer zusammenhängenden Region im Raum liegt immer innerhalb dieser Region.

- i) wahr
- ii) falsch
- iii) weiss ich nicht