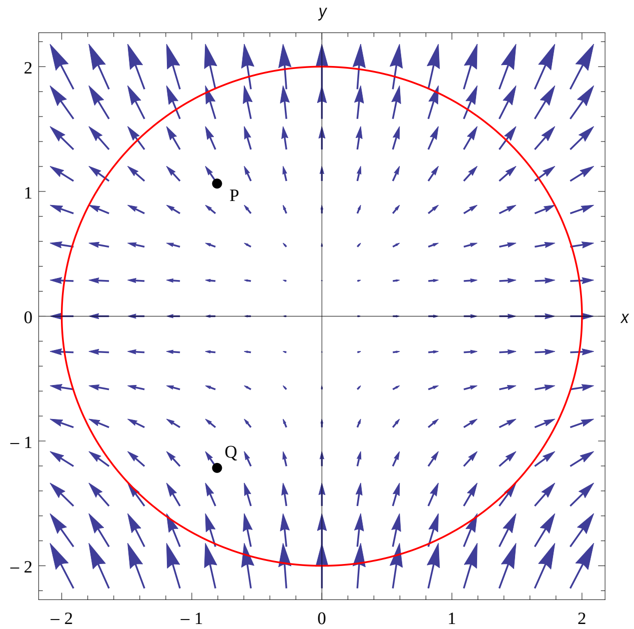
Analysis D-BAUG
Dr. Cornelia Busch
FS 2016

MC-Serie 10

1. Betrachte das folgende zwei-dimensionale Vektorfeld $\mathbf{F}$:



a) Es gilt...

i) $\operatorname{div} \mathbf{F}|_P > 0$.

ii) $\operatorname{div} \mathbf{F}|_P = 0$.

iii) $\operatorname{div} \mathbf{F}|_P < 0$.

iv) weiss ich nicht

b) Es gilt...

i) $\operatorname{div} \mathbf{F}|_Q > 0$.

ii) $\operatorname{div} \mathbf{F}|_Q = 0$.

iii) $\operatorname{div} \mathbf{F}|_Q < 0$.

iv) weiss ich nicht

c) Es sei C der im Gegenuhrzeigersinn orientierte rote Kreis. Dann gilt...

i) $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{n} > 0$.

ii) $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{n} = 0$.

iii) $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\mathbf{n} < 0$.

iv) weiss ich nicht

2. Es ist eine Fläche S gegeben durch die Parameterdarstellung $(u, v) \mapsto \mathbf{r}(u, v)$. Die gleiche Fläche S sei auch durch die Gleichung $f(x, y, z) = 0$ gegeben. Man betrachte einen festen Punkt P_0 auf der Fläche S; dabei gelte $\vec{OP_0} = \mathbf{r}(u_0, v_0)$. Klicken Sie die **richtige** Aussage an.

Die Vektoren $\nabla f|_{P_0}$ und $\mathbf{r}_u(u_0, v_0) \times \mathbf{r}_v(u_0, v_0)$...

i) sind parallel.

ii) stehen senkrecht aufeinander.

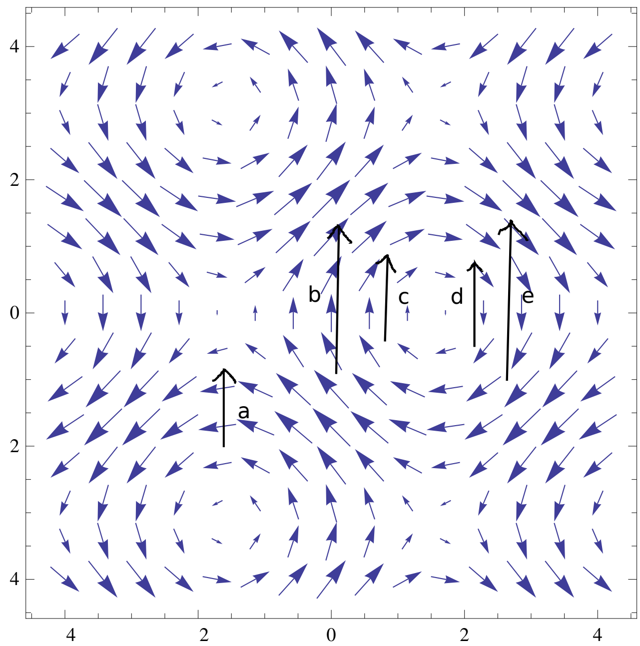
iii) sind weder parallel noch stehen sie senkrecht aufeinander.

iv) sind gleich.

v) sind entgegengesetzt gleich.

vi) weiss ich nicht

3. Wir schreiben $\gamma_1 \prec \gamma_2$, falls die Arbeit, die benötigt wird, um einen Massepunkt entlang des Weges γ_1 durch das abgebildete Kraftfeld zu bewegen kleiner ist als die, die für γ_2 benötigt wird. Welche Reihenfolge ist richtig?



i) $a \prec b \prec c \prec d \prec e$

ii) $e \prec d \prec c \prec b \prec a$

iii) $e \prec d \prec a \prec c \prec b$

iv) $b \prec c \prec a \prec d \prec e$

v) $a \prec c \prec b \prec e \prec d$

vi) $d \prec e \prec b \prec c \prec a$

vii) $a \prec e \prec d \prec c \prec b$

viii) $b \prec c \prec d \prec e \prec a$

ix) weiss ich nicht

4. Welche der folgenden Aussagen ist nicht äquivalent zu den anderen?

i) $\operatorname{rot}\mathbf{F} = (0,0,0)$.

ii) $\mathbf{F}$ ist ein Potentialfeld.

iii) $\operatorname{div}\mathbf{F} = 0$.

iv) Die Arbeit von $\mathbf{F}$ längs jedem geschlossenen Weg ist Null.

v) Es gibt ein Skalarfeld f mit $\mathbf{F} = \nabla f$.

vi) weiss ich nicht

5. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

i) Quellenfreie Vektorfelder sind auch wirbelfrei.

ii) Vektorfelder der Form $\mathbf{F} = \nabla f$ sind quellenfrei.

iii) Vektorfelder der Form $\mathbf{F} = \operatorname{rot}\mathbf{G}$ sind quellenfrei.

iv) Vektorfelder der Form $\mathbf{F} = \operatorname{rot}\mathbf{G}$ sind wirbelfrei.

v) weiss ich nicht

6. Betrachten Sie den Kreis auf der Kugeloberfläche, der parallel zur $x-y-$Ebene liegt und dessen θ-Koordinate in Kugelkoordinaten gleich α mit $0 < \alpha < \pi$ ist. Wie lautet eine zulässige Parametrisierung $\gamma(t)$ dieses Kreises, so dass man den Satz von Stokes auf den Bereich der Sphäre unterhalb davon anwenden kann?

i) $\gamma(t) = (\cos t \sin\alpha, \sin t \sin\alpha, \cos\alpha)$

ii) $\gamma(t) = (\sin t \sin\alpha, \cos t \sin\alpha, \cos\alpha)$

iii) $\gamma(t) = (\cos t \cos\alpha, \sin t \cos\alpha, \sin\alpha)$

iv) $\gamma(t) = (\sin t \cos\alpha, \cos t \cos\alpha, \sin\alpha)$

v) weiss ich nicht

7. Betrachten Sie das Gebiet D, das durch

$$\mathbf{r}\colon \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 \mid u+v < 1, u, v > 0\} \to \mathbb{R}^3\colon (u,v) \mapsto (u, v, 1-u-v)$$

parametrisiert ist mit Normalen $\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v$. Welches ist eine zulässige Parametrisierung $\gamma(t)$ seines Randes, so dass man den Satz von Stokes auf D anwenden kann?

i) $\gamma(t) = (t, t, 1-t^2)$

ii) $\gamma(t) = (t, 1-t, t-t(1-t))$

iii) $\gamma(t) = \begin{cases} (1-t, t, 0) & 0 \leq t \leq 1 \\ (0, 2-t, t-1) & 1 \leq t \leq 2 \\ (t-2, 0, 3-t) & 2 \leq t \leq 3 \end{cases}$

iv) $\gamma(t) = \begin{cases} (t, 1-t, 0) & 0 \leq t \leq 1 \\ (2-t, 0, t-1) & 1 \leq t \leq 2 \\ (0, t-2, 3-t) & 2 \leq t \leq 3 \end{cases}$

v) weiss ich nicht

8. Ein Vektorfeld der Form $\mathbf{F} = (a + f(x),\, b + g(y),\, c + h(z))$ mit Konstanten a, b, c hat Zirkulation Null entlang jeder geschlossenen Kurve.

i) wahr

ii) falsch

iii) weiss ich nicht