Analysis BAUG
Dr. Cornelia Busch FS 2016

MC-Serie 1

1. Prüfungsaufgabe 4.a), Winter 2015. Gegeben ist die Funktion $f : (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = y^2 - (x^2 + z^2)$. Die Niveauflächen von f sind Paraboloiden mit Scheitel auf der y-Achse.

i) ✗ wahr
ii) ✓ falsch
iii) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Zum Beispiel ist die Niveaufläche $f(x, y, z) = 0$ ein Kegel.

2. Die Ebene durch $P_1 = (1, 1, 1)$ mit Normalenvektor $n_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ ist dieselbe wie diejenige durch $P_2 = (3, 0, 1)$ mit Normalenvektor $n_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$.

i) ✓ wahr
ii) ✗ falsch
iii) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Zuerst bemerken wir, dass die beiden Ebenen parallel sind ($n_2 = -2n_1$). Die Koordinatengleichung der ersten Ebene ist gegeben durch $x+2y-3z = c$ mit $c = 1+2-3 = 0$. Folglich liegt P_2 ebenfalls in dieser Ebene ($3 + 2 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = 0$) und die beiden Ebenen sind identisch.

3. Jedes Paar von zwei verschiedenen Geraden in $\mathbb{R}^3$ definiert eine eindeutige Ebene.

i) ✗ wahr
ii) ✓ falsch
iii) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Zwei verschiedene Geraden definieren nur dann eine Ebene, wenn sie sich schneiden oder parallel sind. Dagegen liegen zwei windschiefe Geraden in keiner Ebene.

4. Der maximale Definitionsbereich von $f(x, y) = 1-|x-y|$ ist $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y\}$.

i) ✗ wahr
ii) ✓ falsch
iii) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Die Funktion $f(x, y) = 1 - |x - y|$ ist auf ganz $\mathbb{R}^2$ definiert.

5. Die Niveaulinien der Funktion $f(x, y) = 2x - 3y$ sind Geraden.

i) ✓ wahr

ii) ✗ falsch

iii) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Die Niveaulinie $f(x, y) = c$ ist gegeben durch $2x - 3y = c$ oder $y = \frac{2}{3}x - \frac{c}{3}$.