Analysis D-BAUG
Dr. Cornelia Busch FS 2016

MC-Serie 12

1. Trennen Sie die Variablen der Differentialgleichung

$$y' = \ln(x+1)y + \ln(x+1).$$

i) ✗ $\frac{\mathrm{d}y}{y} = (\ln(x+1)+1)\,\mathrm{d}x$.

ii) ✗ $y\,\mathrm{d}y = \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

iii) ✗ $y\,\mathrm{d}y = \ln(x+1)^2\,\mathrm{d}x$.

iv) ✓ $\frac{\mathrm{d}y}{y+1} = \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$.

v) ✗ Das ist nicht möglich.

vi) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Die einzig korrekte Umformung ist:

$$y' = \ln(x+1)y + \ln(x+1) = (y+1)\ln(x+1) \Rightarrow \frac{y'}{y+1} = \ln(x+1).$$

Wegen $y' = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ muss nun nur noch mit $\mathrm{d}x$ multipliziert werden.

2. Gegeben ist die Differentialgleichung $y'y'' - yy''' = 0$. Wieviele Parameter erwarten Sie in der allgemeinen Lösung?

i) ✗ Keinen Parameter.

ii) ✗ Einen Parameter.

iii) ✗ Zwei Parameter.

iv) ✓ Drei Parameter.

v) ✗ Vier Parameter.

vi) ✗ weiss ich nicht

Lösung
Die Differentialgleichung ist von der Ordung 3.

3. Welche Substitution macht die folgende Differentialgleichung separierbar?

$$y' + \frac{y}{x} = xy^2$$

i) ✗ $y = ux$

ii) ✓ $y = u/x$

iii) ✗ $y = 1/u$

iv) ✗ $y = x/u$

v) ✗ weiss ich nicht

- **Lösung**
  Mit $y' = u'x + u$ erhalten wir die Gleichung $u' + 2u/x = x^2u^2$.
- **Lösung**
  Mit $y' = \frac{u'x-u}{x^2}$ erhalten wir die Gleichung $u' = u^2$.
- **Lösung**
  Mit $y' = -\frac{u'}{u^2}$ erhalten wir die Gleichung $-u' + u/x = x$.
- **Lösung**
  Mit $y' = \frac{u-xu'}{u^2}$ erhalten wir die Gleichung $-u' + 2u/x = x^2$.
- **Lösung**
  Von den erhaltenen Differenzialgleichungen ist nur die zweite separierbar, also lautet die richtige Antwort (ii).