ETH Zürich, D-BAUG
PD Dr. C. Busch

Lösungsansätze für lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$y'' + ay' + by = r(x)$$

Charakteristisches Polynom $Q(\lambda) = \lambda^2 + a\lambda + b$.
$P_n(x)$ und $Q_n(x)$ bezeichnen Polynome n-ten Grades.
Zu bestimmen: jeweils die Koeffizienten A_i, B_i, $i = 0, \ldots, n$ oder A.

Enthält die Störfunktion $r(x)$ einen Term der Form …	…und ist	dann ist der Ansatz für $y_{part} =$
$P_n(x)$	0 keine Nullstelle des char. Polynoms,	$A_0 + A_1x + \ldots + A_nx^n$
	0 *einfache* Nullstelle des char. Polynoms,	$x(A_0 + A_1x + \ldots + A_nx^n)$
	0 *doppelte* Nullstelle des char. Polynoms,	$x^2(A_0 + A_1x + \ldots + A_nx^n)$
$e^{\alpha x}$	α keine Nullstelle des char. Polynoms,	$A\,e^{\alpha x}$
	α *einfache* Nullstelle des char. Polynoms,	$Ax\,e^{\alpha x}$
	α *doppelte* Nullstelle des char. Polynoms,	$Ax^2\,e^{\alpha x}$
$k_1\cos(\beta x) + k_2\sin(\beta x)$	βi *keine* Nullstelle des char. Polynoms,	$A_1\cos(\beta x) + A_2\sin(\beta x)$
	βi *eine* Nullstelle des char. Polynoms,	$x\big(A_1\cos(\beta x) + A_2\sin(\beta x)\big)$
$P_n(x)e^{\alpha x}\cos(\beta x)$ $+ Q_n(x)e^{\alpha x}\sin(\beta x)$	$\alpha + \beta i$ *keine* Nullstelle des char. Polynoms,	$(A_0 + \ldots + A_nx^n)\,e^{\alpha x}\cos(\beta x)$ $+(B_0 + \ldots + B_nx^n)\,e^{\alpha x}\sin(\beta x)$
	$\alpha + \beta i$ *einfache* Nullstelle des char. Polynoms,	$x\,(A_0 + \ldots + A_nx^n)\,e^{\alpha x}\cos(\beta x)$ $+ x\,(B_0 + \ldots + B_nx^n)\,e^{\alpha x}\sin(\beta x)$
	$\alpha + \beta i$ *doppelte* Nullstelle des char. Polynoms, (dann ist diese reell, also $\beta = 0$)	$x^2\,(A_0 + \ldots + A_nx^n)\,e^{\alpha x}$