

Serie 5

1. Bei den folgenden Integralen ist die Reihenfolge der Integrationen umzukehren: Die innere Variable soll zur äusseren werden und umgekehrt. Wie lautet jeweils das neue Integral? Skizzieren Sie das Integrationsgebiet! Berechnen Sie das Integral in c) und d).

a) $\int_0^2 \int_{y^3}^{4\sqrt{2y}} f(x, y) \, dx \, dy$

b) $\int_{-1}^2 \int_{-x}^{2-x^2} f(x, y) \, dy \, dx$

c) $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} \, dx \, dy$

d) $\int_0^1 \int_{x^2}^1 x^3 \sin y^3 \, dy \, dx$

2. Berechnen Sie die folgenden Doppelintegrale. Die Reihenfolge der Integration ist dabei passend zu wählen.

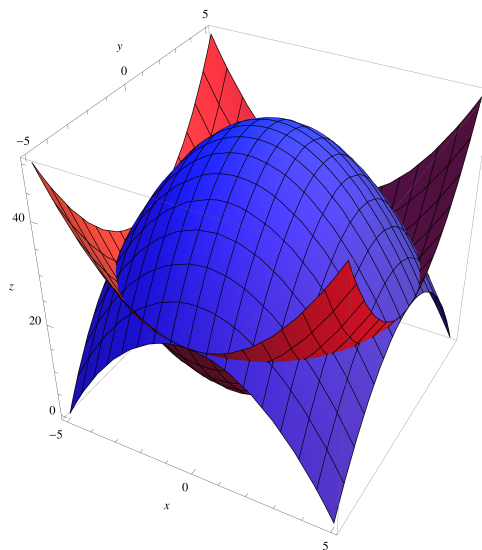
a) $\iint_R y^3 \sin(xy^2) \, dA, \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$

b) $\iint_R x^4 y^5 e^{x^5 y^3} \, dA, \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$

c) $\iint_R x^2 y \, dA, \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x, y) \text{ liegt im Gebiet des ersten und vierten Quadranten, welches durch den Halbkreis mit Mittelpunkt } (0, 0) \text{ und Radius } 4 \text{ beschränkt wird}\}$

d) $\iint_R (x + y) \, dA, \quad R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq y \leq 4\}$

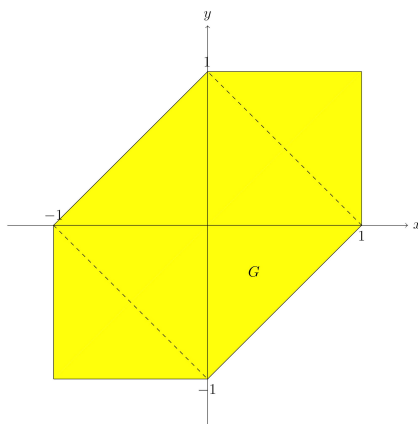
3. Berechnen Sie das Volumen zwischen den beiden Paraboloiden $z = x^2 + y^2$ (rot) und $z = 50 - x^2 - y^2$ (blau).



4. Benutzen Sie ein Doppelintegral um die Fläche des Gebietes zwischen $y = 1 + \sin x$ und $y = 1 - \sin x$ auf dem Intervall $[0, \pi]$ zu berechnen. Skizzieren Sie das Gebiet!
5. **Prüfungsaufgabe 9, Sommer 2012.** Eine elektrische Ladung ist gemäss Ladungsdichte

$$\sigma(x, y) = xy(x^2 + y^2)$$

über das Gebiet G (siehe Abbildung) verteilt. Die Einheit von σ ist Coulomb pro Quadratmeter: $\frac{C}{m^2}$. Berechnen Sie die Gesamtladung des Gebiets G .



6. **Prüfungsaufgabe 5, Sommer 2015.** Bestimmen Sie den Schwerpunkt der homogenen Fläche rechts von der Geraden $x = 2$, welche durch den Kreis $x^2 + y^2 = 16$ begrenzt wird.