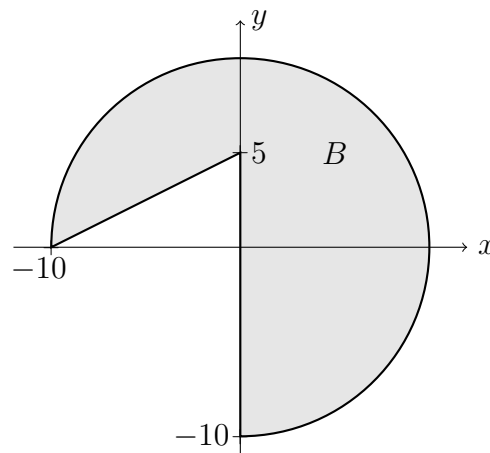


11.1. Extrema im Kreis ♡ Bestimmen Sie mit der Lagrange-Multiplikatorenregel alle Extremstellen und -werte der Funktion $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$ auf

- (a) dem Einheitskreis $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 = 1\}$,
- (b) der Einheitskreisscheibe $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\}$.

11.2. Figur △ Bestimmen Sie die globalen Extremstellen und -werte der Funktion $f(x, y) = x^2 + y^2 - 8x - 6y$ auf dem abgeschlossenen Bereich $B \subset \mathbb{R}^2$ folgender Figur.



11.3. Minimaler Abstand ♡ Berechnen Sie den euklidischen Abstand des Punktes $p = (5, 0, 5) \in \mathbb{R}^3$ vom Ellipsoid $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + 4y^2 + z^2 = 4\}$.

11.4. Lagrange-Multiplikatoren ◇ Bestimmen Sie die Extrema der Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y, z) = x^3 + y^3 + z^3$ unter den Nebenbedingungen

$$g_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0,$$
$$g_2(x, y, z) = 2x^2 + y^2 - 1 = 0.$$

Hinweis. Es gibt acht Kandidaten.

11.5. [aus dem 1. Vordiplom, Frühjahr 1997] (schriftlich) ♡ Gegeben sei

$$F(x, y) = e^y + y + \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Lösungsmenge der Gleichung $F(x, y) = 0$ überall lokal der Graph einer Funktion $y = y(x)$ ist.

(b) Hat die Funktion $y(x)$ lokale Extremstellen? Handelt es sich dabei um lokale Maximalstellen oder Minimalstellen?