

### 10.1. Der Zykloidenbogen

Ein Zykloidenbogen lässt sich folgendermassen parametrisieren:

$$t \mapsto \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} at - a \sin t \\ a - a \cos t \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Berechne die Länge dieser Kurve.

### 10.2. Linienintegrale

Berechne die folgenden Wegintegrale im  $\mathbb{R}^2$ :

(a)  $\int_{\gamma} (x+y) dx + (x-y) dy$ , wobei  $\gamma$  die Parabel  $y = x^2$  vom Punkt  $(-1, 1)$  zum Punkt  $(1, 1)$  durchläuft.

(b)  $\int_{\gamma} xy^2 dy$ , wobei  $\gamma$  den Halbkreis  $\{(x, y) : x^2 + y^2 = 4, y \geq 0\}$  im Gegenuhrzeigersinn durchläuft.

(c)  $\int_{\gamma} (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$ , wobei  $\gamma$  das Dreieck mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  und  $(0, 1)$  einmal im Gegenuhrzeigersinn durchläuft.

### 10.3. Linienintegrale

Berechne das Linienintegral  $\int_{\gamma} \mathbf{K} \cdot d\mathbf{x}$  des Vektorfelds  $\mathbf{K}$  längs der Kurve  $\gamma$  in den folgenden Fällen:

(a)  $\mathbf{K}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3xy \\ -5z \\ 10x \end{pmatrix}$  und  $\gamma : t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ 2t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$  für  $t \in [1, 2]$ ;

(b)  $\mathbf{K}(x, y) = \begin{pmatrix} xy \\ -2y^2 \end{pmatrix}$  und  $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$  für  $t \in [0, 2\pi]$ ;

(c)  $\mathbf{K}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 + z \\ -2x^2 + y \\ e^z \end{pmatrix}$  und  $\gamma(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$  für  $t \in [0, 2\pi]$ .

### 10.4. Mehrfache Integrale

Wir betrachten

$$K_1 = \left\{ (x, y, z) : 1 \leq z < \infty, \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{-1 + z} \right\},$$

und

$$K_2 = \left\{ (x, y, z) : -\infty < z \leq 5, \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{5 - z} \right\},$$

Berechne das Volumen von  $K_1 \cap K_2$ .

Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen, sowie die Übungsserien und deren Musterlösungen finden Sie unter

[https://www2.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/fs2016/other/a2\\_itet/](https://www2.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/fs2016/other/a2_itet/)