Zuverlässigkeitsrechnung

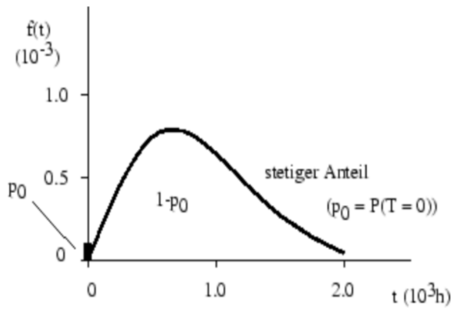

Abbildung 1: Dichtefunktion für die Lebensdauer von Glühbirnen

a) Der Graph veranschaulicht die Dichtefunktion für die Lebensdauer in Abhängigkeit der Zeit. Zur Zeit t_0 liegt bereits ein erster Peak vor, da zu Beginn der Messung ein Teil der Glühbirnen direkt kaputt gehen kann. Dies ist auch der Grund für den Korrekturterm 1-p_0 (Integral der Dichtefunktion=1).

Um die Lebensdauer eines Gerätes zu bestimmen, behilft man sich oft mit der Verteilungsfunktion F(t), welche der Stammfunktion der Dichtefunktion entspricht. Oft wird dafür eine Gammaverteilung verwendet. Die Dichtefunktion lautet dann:

$$F(t) = \frac{\left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)} \cdot \frac{1}{\beta}}{\lim\limits_{t\to\infty} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)} \cdot \frac{1}{\beta}}$$

b) Fall 0<α<1

Hier gibt es keine Lösung da $\lim\limits_{t\to\infty} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} = 0$

Fall α=1

Hierbei ist der Nenner der Dichtefunktion 1.
Gibt man dann für β=(1,2,3,..,n) ein, so gibt es auch dann kein Vernünftiges Ergebniss (Abbildung 2).
Zu Beginn wären hier dann schon alle Glühbirnen kaputt. Erst wenn α grösser als 1 ist, ist es sinnvoll.

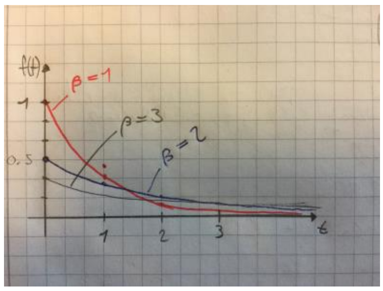

Abbildung 2: Dichtefunktion im Fall α=1

c) Für die Dichtefunktion von Γ(α,g(t)) setzt man g(t) an der Stelle von $\frac{t}{\beta}$ ein.

$$f(t) = g(t)^{\alpha-1} \cdot e^{-g(t)} \cdot g`(t) \cdot \frac{1}{\Upsilon(\alpha)}$$

Geben wir nun α=1 ein so erhalten wir an der stelle t=0:

$$f(0) = g(0)^0 \cdot e^{-g(0)} \cdot g`(0) \cdot \frac{1}{\Upsilon(1)} = 1 \cdot e^{-g(0)} \cdot g`(0) \cdot 1 = e^{-g(0)} \cdot g`(0)$$