Dr. T. Bühler
M. Wellershoff

Frühlingssemester 2016

Komplexe Analysis D-ITET

ETH Zürich
D-MATH

Serie 7

Aufgabe 7.1 Aus dem Beweis des Identitätssatzes

Sei f eine ganze Funktion und $z_0 \in \mathbb{C}$. Gilt $f^{(k)}(z_0) = 0$, für alle $k \in \mathbb{N}_0$, so ist $f = 0$.

Aufgabe 7.2 Pole Erster Ordnung

Betrachte $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ meromorph.

(7.2a) Sei $p \in \mathbb{C}$ ein Pol n-ter Ordnung von f. Berechne

$$\mathrm{Res}_p \frac{f'(z)}{f(z)}.$$

(7.2b) Sei $a \in \mathbb{C}$ eine Nullstelle n-ter Ordnung von f. Berechne

$$\mathrm{Res}_a \frac{f'(z)}{f(z)}.$$

Aufgabe 7.3 Pole und Residuen

Bestimme alle Pole und Residuen von:

(7.3a) $\frac{z^2}{z^4-1}$

(7.3b) $\frac{z^2+z+5}{z(z^2+1)^2}$

(7.3c) $\tan(z)$

(7.3d) $\tan^2(z)$

(7.3e) $\tan^3(z)$

Aufgabe 7.4 Laurentreihen und Residuen

Berechne $\mathrm{Res}_0(f)$ für

$$f(z) := \exp\left(z + \frac{1}{z}\right).$$

Publiziert am 18.April.

Einzureichen am 27./28. April.

Letzte Modifikation: 18. April 2016

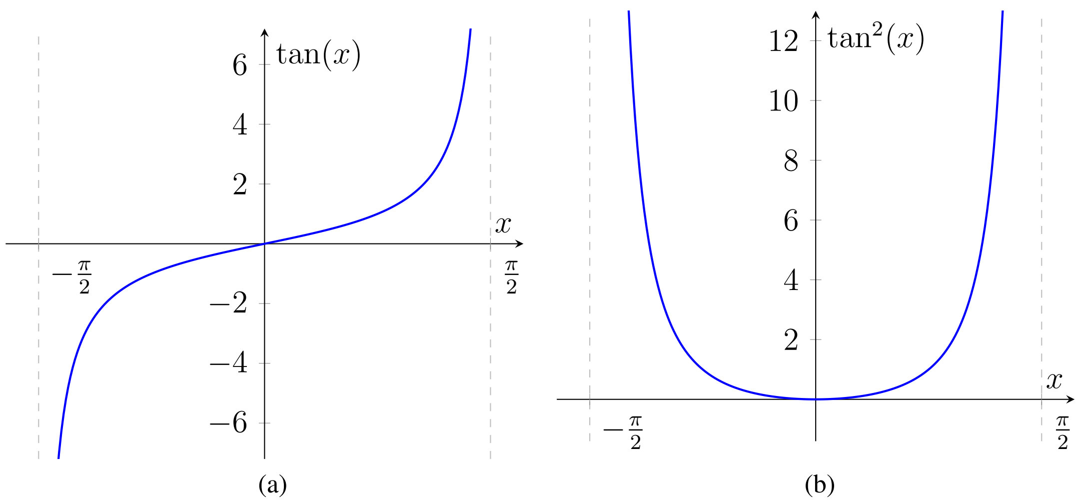

Abbildung 7.1: Der Tangens (a) und sein Quadrat (b).