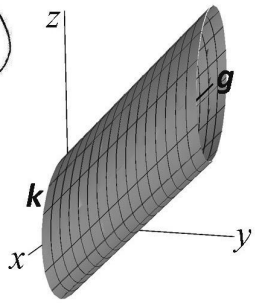
1

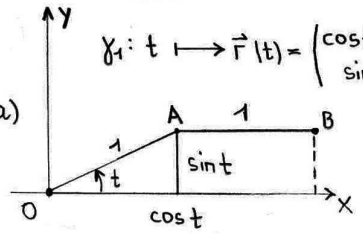


$k: [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbb{R}^3,\ \varphi \longmapsto \vec{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} 0.5\cos\varphi \\ 0 \\ 0.5\sin\varphi \end{pmatrix}$ $\quad g:]-\infty, \infty[\longrightarrow \mathbb{R}^3,\ t \longmapsto \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ t \end{pmatrix}$

$S: \vec{r}(\varphi, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5\cos\varphi \\ 0 \\ 0.5\sin\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5\cos\varphi \\ t \\ t + 0.5\sin\varphi \end{pmatrix} \quad (0 \le \varphi \le 2\pi,\ -\infty < t < \infty)$

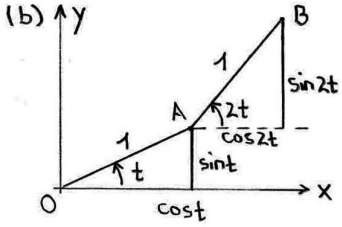
2

(a)



$\gamma_1: t \longmapsto \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos t + 1 \\ \sin t \end{pmatrix} \quad (0 \le t \le 2\pi)$

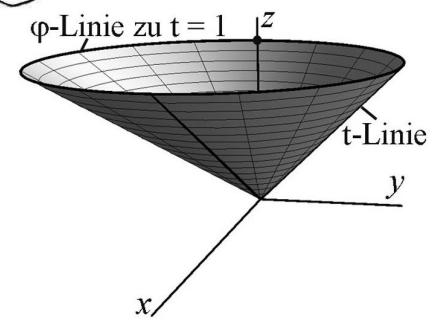
(b)



$\gamma_2: t \longmapsto \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos t + \cos(2t) \\ \sin t + \sin(2t) \end{pmatrix}$

$(0 \le t \le 2\pi)$

3



(a) φ-Linie zu $t = 1$: <u>Horizontaler Kreis</u> mit Radius 1 um $(1, 0, 1)$

(b) φ-Linien: Horizontale Kreise mit Radius t_0 um $(t_0, 0, t_0)$

t-Linien: Geradenstücke von $(0,0,0)$ bis zum Kreis aus (a)

(c) $x = t + t\cos\varphi,\ y = t\sin\varphi,\ z = t$

$\cos\varphi \underset{z \neq 0}{=} \frac{x - t}{t} = \frac{x - z}{z},\ \sin\varphi = \frac{y}{z} \qquad 1 = \cos^2\varphi + \sin^2\varphi = \frac{(x-z)^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2}$

$\underline{z^2 = (x - z)^2 + y^2}$ (gilt auch für $z = 0$)

(d) $\vec{s} = \vec{r}\,'_{t_0}(\varphi_0) = \begin{pmatrix} -t_0\sin\varphi_0 \\ t_0\cos\varphi_0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{t} = \vec{r}\,'_{\varphi_0}(t_0) = \begin{pmatrix} 1 + \cos\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \vec{s} \times \vec{t} = \underset{\substack{-t_0\sin\varphi_0 \\ t_0\cos\varphi_0 \\ 0}}{\begin{pmatrix} -t_0\sin\varphi_0 \\ t_0\cos\varphi_0 \\ 0 \end{pmatrix}} \times \underset{\substack{1+\cos\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 \\ 1}}{\begin{pmatrix} 1 + \cos\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 \\ 1 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} t_0\cos\varphi_0 \\ t_0\sin\varphi_0 \\ \underbrace{-t_0\sin^2\varphi_0 - t_0\cos\varphi_0 - t_0\cos^2\varphi_0}_{-t_0\underbrace{(\sin^2\varphi_0 + \cos^2\varphi_0)}_{=1}} \end{pmatrix} = \underbrace{t_0\begin{pmatrix} \cos\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 \\ -1 - \cos\varphi_0 \end{pmatrix}}_{\text{Richtung von } \vec{n}}$$

<u>Abwickelbar!</u> Richtung von $\vec{n}$ ändert entlang t-Linie <u>nicht</u> (nur die Länge ändert)