Ferienserie

1. Berechne die Ableitung der Funktion x^a, für $a \neq 0$.

2. Bestimme die allgemeinen reellen und komplexen Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen:

a) $f''(x) = -f(x)$,

b) $f''(x) = -f(x), \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 1$,

c) $f''(x) = f(x)$,

d) $f''(x) = f(x), \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 1$,

3. Bestimme die allgemeinen reellen und komplexen Lösungen der folgenden linearen Differentialgleichungen:

a) $\ddot{x}(t) - 6\dot{x}(t) + 25x(t) = 0$.

b) $x^{(4)} - 2x^{(2)}(t) + x(t) = 0$.

c) $\ddot{x}(t) - (a+b)\dot{x}(t) + abx(t) = 0, \qquad a, b \in \mathbb{R}$.

4. Löse die Differentialgleichungen in Aufgaben **2c)** und **3a)** mit folgenden Anfangsbedingungen:

a) $f''(x) - f(x) = 0, \quad f(0) = 1, \quad f'(0) = 0$.

b) $\ddot{x}(t) - 6\dot{x}(t) + 25x(t) = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 1$.

5. Ziel dieser Aufgabe ist es, die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$s''(t) = a, \qquad a \in \mathbb{R} \qquad (*)$$

zu bestimmen.

a) Löse die Gleichung $s''(t) = 0$ mit Hilfe des Rezeptes aus der Vorlesung.

Bitte wenden!

b) Sind s_1 und s_2 Lösungen von $(*)$, so löst auch $s = s_1 - s_2$ die Gleichung in **a)**.

c) Finde *eine* Lösung s_p von $(*)$.

d) Die allgemeine Lösung von $(*)$ ist von der Form

$$s(t) = s_p(t) + s_h(t),$$

wobei $s_h'' = 0$.

Bemerkung: die Aufgaben 3,4,5 kommen aus: Serie 2, Grundlagen der Mathematik, FS 2015.

Vorlesungshomepage: `http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2015/other/mathematik1_CHAB`