

Serie 2

1. Von einem Nachrichtenkanal werden nacheinander 4 Signale übertragen. Jedes Signal wird entweder richtig oder falsch übertragen. Wir wählen daher als Grundraum Ω die Menge der 0–1 Folgen der Länge 4, d.h.

$$\Omega = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}\}.$$

Dabei bedeutet $x_i = 1$, dass das i -te Signal richtig übertragen worden ist, und $x_i = 0$, dass das i -te Signal falsch übertragen worden ist.

Ferner betrachten wir folgende Ereignisse:

A = „Genau ein Signal wird falsch übertragen.“

B = „Höchstens zwei Signale werden falsch übertragen.“

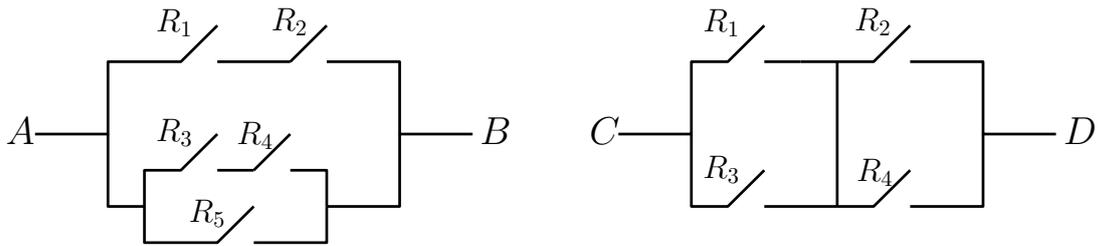
C = „Keine zwei aufeinanderfolgenden Signale werden richtig übertragen.“

- a) Identifizieren Sie A , B und C mit Teilmengen von Ω .
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A , B und C unter der Annahme, dass alle Elementarereignisse $(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \Omega$ gleich wahrscheinlich sind.
2. Für zwei offene Arbeitsstellen, von denen mindestens eine „mit Sicherheit“ besetzt wird, kommen zwei Frauen und ein Mann in Frage. Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Stellen besetzt werden, beträgt 0.9, und die Wahrscheinlichkeit, dass nur Personen gleichen Geschlechts eingestellt werden, beträgt 0.1. Ist es dann „möglich“, dass beide Frauen angestellt werden?

Hinweis: Finden Sie zuerst eine geeignete Zerlegung von Ω in disjunkte Ereignisse.

3. Gegeben sind folgende Schaltsysteme:

Bitte wenden!



- a) Mit A_i bezeichnen wir das Ereignis: „Schalter R_i ist geschlossen“. Drücken Sie die folgenden Ereignisse durch die Ereignisse A_i aus:

B_1 : Es fließt Strom von A nach B

B_2 : Es fließt kein Strom von A nach B

B_3 : Es fließt Strom von C nach D

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P[B_1]$ und $P[B_3]$ unter der Annahme, dass alle Schalterkonfigurationen gleichwahrscheinlich sind.

4. Prinzip von Inklusion und Exklusion

Seien $A_i, i = 1, \dots, n$, beliebige Ereignisse, wobei n eine beliebige natürliche Zahl ist. Beweisen Sie folgende Formel durch Induktion nach n :

$$P\left[\bigcup_{i=1}^n A_i\right] = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} P[A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}].$$

Abgabe: Montag, den 7. März in der Übungsstunde oder im Fach im Raum HG E 66.

Achtung: Die Übungsstunde von Philippe Deprez ist **neu** im Raum **HG G 26.3**.