

## Serie 3

1. Sei  $Y$  eine Zufallsvariable mit folgender Dichtefunktion:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{c}{(1+y)^5} & \text{falls } y > 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Bestimmen Sie die Konstante  $c$ .
  - Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y$ .
  - Berechnen Sie die Verteilungsfunktion und die Dichte von  $Z = Y^{-2}$ .
2. Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion  $F$ , wobei

$$F(t) := \begin{cases} \frac{1+\lambda t^2}{1-15t}, & t < -1, \\ \frac{t}{16} + \frac{1}{8}, & -1 \leq t < 0, \\ \frac{t}{4} + \frac{1}{4}, & 0 \leq t < 1, \\ \frac{1}{2}, & 1 \leq t < 3, \\ \frac{1}{2} + \frac{c}{t} \int_0^t \frac{x}{1+x} dx, & t \geq 3. \end{cases}$$

Berechnen Sie:

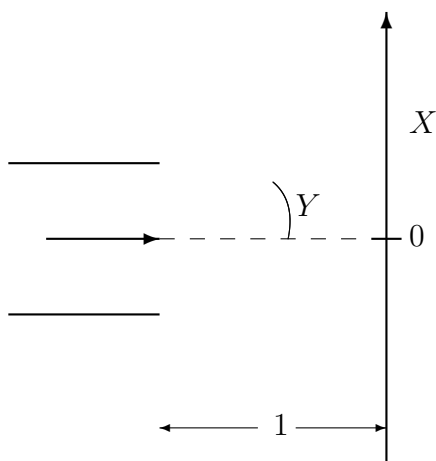
- die Konstanten  $\lambda$  und  $c$ .
  - $P[X = -\frac{1}{4}]$ ,  $P[X = 0]$ ,  $P[0 < X \leq 2]$  und  $P[0 \leq X < \frac{1}{2}]$ .
  - die Wahrscheinlichkeit  $P[Y \leq t]$  für  $Y := X^2$  und  $t \in [0, 1]$ .
3. Um die Anzahl Fische  $N$  in einem Teich zu schätzen, wird folgendes Experiment durchgeführt: 10 Fische werden eingefangen, mit einem Merkmal versehen und wieder in den Teich gebracht. Man nimmt an, dass sich nach einer gewissen Zeitspanne die gekennzeichneten Fische mit den übrigen gut vermischt haben. Danach fängt man 15 Fische zufällig, wobei davon  $X$  markiert und  $15 - X$  nicht markiert sind. In einem konkreten Fall zählt man darunter  $X = 4$  markierte und 11 nicht markierte Fische.

**Bitte wenden!**

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_N$  von  $X$  als Funktion von  $N$  und untersuchen Sie dann, für welches  $N$  die Wahrscheinlichkeit  $P_N[X = 4]$  maximal wird.

**Hinweis:** Untersuchen Sie dazu  $g(N) := P_N[X = 4]/P_{N+1}[X = 4]$ .

4. Ein Bildschirm stehe senkrecht und im Abstand 1 zu einer Bildröhre. Nun verlässt ein Teilchen die Röhre mit einem zufälligen Winkel  $Y$  und trifft den Bildschirm auf der Höhe  $X$  (siehe Skizze). Wir nehmen an, dass  $Y$  uniform auf dem Intervall  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  verteilt ist.



- a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y$ .
- b) Berechnen Sie die Dichtefunktion von  $X$ .

**Abgabe:** Montag, den 14. März in der Übungsstunde oder im Fach im Raum HG E 66.

**Einteilung in die Übungsgruppen:**

Raum	Assistent
ETZ F 91	Bacchetta-Cattori, Mattia
ETZ H 91	Bolzern, Elias
HG G 26.3	Deprez, Philippe
ETZ J 91	Finaz, Julien
ML J 34.1	Paulus, Max
ML J 34.3	Schuurmans Stekhoven, Joy
HG F 26.3	Sepúlveda, Avelio