Musterlösung 1

1. Wir wählen als Grundraum

$$\Omega = \{(r,g) :\ r,g \in \{1,2,3,4,5,6\}\} = \{1,2,3,4,5,6\}\times\{1,2,3,4,5,6\} = \{1,2,3,4,5,6\}^2$$

die Menge aller Paare der Zahlen von 1 bis 6. Die erste Komponente r steht für die Augenzahl des roten Würfels, die zweite Komponente g für die des grünen.
Bemerkung: Bei diesem Ω haben alle Elementarereignisse die gleiche Wahrscheinlichkeit 1/36, sofern es sich um faire Würfel handelt.
Es sind

$$\begin{aligned}
W_1 &= \{(1,1),\ (1,2),\ (2,1),\ (2,2)\},\\
W_2 &= \{(1,1),\ (2,2),\ (3,3),\ (4,4),\ (5,5),\ (6,6)\}\\
&= \text{„Beide Würfel zeigen die gleiche Zahl.“}\\
W_3 &= \{(2,1),\ (4,2),\ (6,3)\}\\
W_4 &= \{(1,2),\ (2,3),\ (3,4),\ (4,5),\ (5,6),\\
&\quad\ (2,1),\ (3,2),\ (4,3),\ (5,4),\ (6,5)\}\\
&= \text{„Die beiden gewürfelten Zahlen unterscheiden sich um 1.“}\\
W_5 &= \{(1,6),\ (2,6),\ (3,6),\ (4,6),\ (5,6),\\
&\quad\ (6,1),\ (6,2),\ (6,3),\ (6,4),\ (6,5),\ (6,6)\}\\
&= \text{„Mindestens ein Würfel zeigt eine 6.“}
\end{aligned}$$

Ein Farbenblinder könnte nicht in jedem Fall entscheiden, ob das Ereignis W_3 eingetreten ist, da es in diesem Fall wichtig ist, dass man die beiden Würfel unterscheiden kann. Bei allen anderen genannten Ereignissen ist dies nicht nötig.

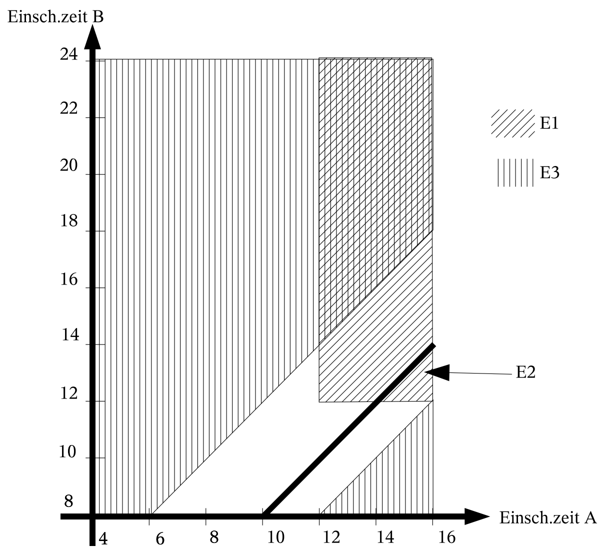
2. Als Grundraum bietet sich

$$\Omega = [4,16]\times[8,24] = \{(a,b)\ :\ 4 \le a \le 16, 8 \le b \le 24\}$$

an. Dabei bedeutet das Elementarereignis (a,b), dass der mp3–Player A sich zum Zeitpunkt a einschaltet und der mp3–Player B sich zum Zeitpunkt b einschaltet.
Damit ist

$$\begin{aligned}
E_1 &= \{(a,b)\in\Omega : a \ge 12,\ b \ge 12\}\\
E_2 &= \{(a,b)\in\Omega :\ a+2 = b+4\}\\
E_3 &= \{(a,b)\in\Omega :\ a+2 < b \text{ oder } b+4 < a\}.
\end{aligned}$$

Bitte wenden!



3. Das Experiment wird entweder nach endlicher Zeit abgebrochen (nämlich wenn eine 6 gewürfelt wird) oder man würfelt unendlich lange. Also definieren wir

$$\begin{aligned} E_n &= \{(\omega_1, \ldots, \omega_{n-1}, 6) : \omega_i \in \{1, \ldots, 5\}, 1 \leq i \leq n-1\} \\ E_\infty &= \{1, \ldots, 5\}^{\mathbb{N}} = \{(\omega_1, \omega_2, \ldots) : \omega_i \in \{1, \ldots, 5\}, \forall\, i \geq 1\} \end{aligned}$$

Damit lässt sich der Grundraum als

$$\Omega = \Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} E_n\Big) \cup E_\infty$$

darstellen. Beachten Sie, dass $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ und $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} E_n$ äquivalente Notationen sind und deshalb dieselbe Menge bezeichnen (insbesondere ist E_∞ in der Vereinigung $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n$ nicht enthalten). Also stellt

$$\Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} E_n\Big)^c = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} E_n^c = E_\infty$$

das Ereignis "Es wird nie eine 6 gewürfelt" dar.