D-MATH, D-PHYS, D-CHAB Lineare Algebra I HS 13
Tom Ilmanen

Serie 5

1. Sei $\mathbb{C}^2 := \{(z,w) \mid z, w \in \mathbb{C}\}$ und seien $z = x + iy, w = u + iv$ mit $x, y, u, v \in \mathbb{R}$. Welche der folgenden Bedingungen bestimmen komplexe Untervektorräume von $\mathbb{C}^2$?

a) $u = x = 0$,

b) $u = v = 0$,

c) $z = \bar{w}$, wobei $\bar{w} := u - iv$ die komplexe Konjugation bezeichnet.

2. Seien U_1, U_2 Untervektorräume des Vektorraumes V. Sind die folgenden Teilmengen von V auch Untervektorräume?

a) $U_1 \cap U_2$,

b) $U_1 \cup U_2$,

c) $U_1 \setminus U_2$,

d) $\varnothing$,

e) $\{0\}$,

f) $U_1 + U_2 := \{u_1 + u_2 \,|\, u_1 \in U_1, u_2 \in U_2\}$.

3. **a)** Man gebe die Additions- und Multiplikationstabellen für $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$ an.

b) Sei $V := \mathbb{F}_3^2 = \mathbb{F}_3 \times \mathbb{F}_3$. ($V$ ist ein Vektorraum über $\mathbb{F}_3$ mit 9 Elementen.) Liste die Untervektorräume von V auf.

c) Gib einen Körper mit 9 Elementen an und bestimme die Additions- und Multiplikationstabellen.

d) Finde ein Polynom $P(X)$ mit Koeffizienten aus $\mathbb{F}_3$, so dass $P(X) = 0$ eine Lösung in $\mathbb{F}_9$ hat, aber keine in $\mathbb{F}_3$.

4. Sei $\mathbb{C}^2 := \{(v,w) \mid v, w \in \mathbb{C}\}$. Welche Bedingung ist an $v, w \in \mathbb{C}^2$ zu stellen, damit

$$X_{v,w} := \left\{ tv + uw \;\middle|\; t, u \in \mathbb{R} \right\}$$

ein komplexer Untervektorraum von $\mathbb{C}^2$ ist?

Bitte wenden!

5. Sei V die lineare Hülle der Vektoren

$$(1, 2, 3), \quad (4, 5, 6), \quad (7, 8, 9)$$

in $\mathbb{R}^3$. Finde ein System linearer Gleichungen, dessen Lösungsmenge genau V ist. Wieviele Freiheitsgrade gibt es?

Abgabe: Donnerstag, den 24. Oktober 2013 am Anfang der Übungsstunde oder vor 10:00 Uhr im Fächlein im HG J 68.