Dr. M.-E. Akveld

Standard-Substitutionen zur Integralberechnung

Gewisse Integrale kann man mit den folgenden Standard-Substitutionen lösen:

Integral	**Substitution**	**Differential**	**Bemerkungen**
$\int f\left(x, \sqrt{ax+b}\right) dx$	$x = \frac{t^2 - b}{a}$	$dx = \frac{2t\,dt}{a}$	$t \geq 0$
$\int f\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right) dx$	$x = \alpha t + \beta$	$dx = \alpha\, dt$	wähle α und β so, dass gilt $ax^2 + bx + c = \gamma \cdot (\pm t^2 \pm 1)$
$\int f\left(x, \sqrt{1-x^2}\right) dx$	$x = \sin t$	$dx = \cos t\, dt$	$-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$\int f\left(x, \sqrt{1+x^2}\right) dx$	$x = \sinh t$	$dx = \cosh t\, dt$	$t \in \mathbb{R}$
$\int f\left(x, \sqrt{x^2-1}\right) dx$	$x = \cosh t$	$dx = \sinh t\, dt$	$t \geq 0$
$\int f(e^x, \sinh x, \cosh x)\, dx$	$e^x = t$	$dx = \frac{dt}{t}$	$t > 0$, und dabei gilt $\sinh x = \frac{t^2-1}{2t}$, $\cosh x = \frac{t^2+1}{2t}$
$\int f(\sin x, \cos x)\, dx$	$\tan \frac{x}{2} = t$	$dx = \frac{2\,dt}{1+t^2}$	$-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$, und dabei gilt $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

Wenn sich ein Integral mit diesen Hinweisen nicht lösen lässt, so sollte man es mit einer anderen Substitution oder mit partieller Integration versuchen. Im Zweifelsfall hilft nur Erfahrung.