

Schnellübung 3

1. Geben Sie ein Beispiel einer Teilmenge $X \subset \mathbb{R}^2$ an, welche folgende Eigenschaften hat:
 - a) $X \neq X^\circ$ und $X \neq \overline{X}$
 - b) $\overline{X} \neq \overline{X^\circ}$
 - c) $\partial X = \emptyset$
2. Gib eine stetige Funktion f (mit Definitions- und Zielbereich!) an, mit der Eigenschaft:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$ und $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$
 - b) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existieren nicht, auch nicht im uneigentlichen Sinn.
3. Bestimme den Grenzwert der Folge $2, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{2\sqrt{2}}, 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \dots$
4. Fritz macht sich hinter eine volle Literflasche Whisky seines Vaters. Er trinkt immer wieder einen sehr kleinen Bruchteil $\lambda > 0$ des Inhalts und füllt mit Wasser nach, und zwar so oft, bis die Whisky-Konzentration in der Flasche auf die Hälfte gesunken ist. Wieviel Liter Whisky und wieviel Liter Wasser hat Fritz dabei im ganzen getrunken? (*Hinweis:* Man berechne die in den ersten n Schritten eingenommene Flüssigkeitsmenge und lege dann n durch die Stop-Bedingung fest. Zum Schluss führe man den Grenzübergang $\lambda \rightarrow 0$ durch.)