Serie 10

1. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x \cdot e^x}{x}$,

b) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{e^x - 1} - \dfrac{1}{\sin x} \right)$,

c) $\lim\limits_{x\to \infty} x \left(\dfrac{\pi}{2} - \arctan x \right)$,

d) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3x+2}}{\sqrt{x}}$,

e) $\lim\limits_{x\to 0+} \sin x \cdot \log x$,

f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x} \left(\dfrac{1}{\sin x} - \dfrac{1}{x} \right)$,

g) $\lim\limits_{t\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin t + \sin 3t}{\cos 2t}$,

h) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x]{1+x}$.

2. Bestimmen Sie die globalen Extremalstellen der folgenden Funktionen:

a) $f : [-2, 2] \to \mathbb{R}, x \mapsto x^3 - x^2 - 8x + 1$,

b) $f : [-1, \frac{1}{2}] \to \mathbb{R}, x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1}$,

c) $f : [-1, 2] \to \mathbb{R}, x \mapsto (x-1)e^{-\frac{x^2}{2}}$.

3. Auf der Ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$ bestimme man diejenigen Punkte, die von dem Punkt $(c, 0)$ für $0 < c < 2$ minimalen Abstand haben. Man zeichne die gesuchten Punkte für die Fälle $c := 3/4$ und $c := 9/5$.

Abgabe: Freitag 29.11.2013 in die Fächlein der Übungsleiter im HG F 28 .

4. Online-Abgabe

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Sonntag 1.12.2013, 17:00 Uhr.

Bitte wenden!

1. Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) f ist stetig $\Longleftrightarrow$ f ist differenzierbar

(b) f ist stetig $\Longrightarrow$ f ist differenzierbar

(c) f ist stetig $\Longleftarrow$ f ist differenzierbar

2. Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar und sei $a < c < b$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) $f'(c) = 0 \iff c$ ist eine Extremalstelle

(b) $f'(c) = 0 \implies c$ ist eine Extremalstelle

(c) $f'(c) = 0 \impliedby c$ ist eine Extremalstelle

3. Wann ist x_0 ein kritischer Punkt einer Funktion f?

(a) Wenn $f(x_0)$ nicht definiert ist.

(b) Wenn $f'(x_0)$ nicht definiert ist.

(c) Wenn $f'(x_0) = 0$ ist.

(d) Wenn man bei x_0 aufpassen muss.

Siehe nächstes Blatt!

4. Durch zweifache Anwendung der Regel von de l'Hôpital folgt

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x\to 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \lim_{x\to 1} \frac{6x}{2} = 3.$$

Was stimmt an dieser Überlegung nicht? Die Regel von de l'Hôpital ist ...

(a) nicht anwendbar, weil das Zählerpolynom jeweils einen höheren Grad als das Nennerpolynom hat.

(b) nicht anwendbar, weil die beiden ersten Brüche keine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Funktion beschreiben.

(c) auf den ersten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \to 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.

(d) auf den zweiten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \to 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.

(e) durchaus anwendbar und die Überlegung richtig!