

## Serie 2

1. Bestimme Supremum und Infimum der folgenden Mengen und prüfe, ob diese Mengen ein Maximum oder ein Minimum besitzen:

a)  $M := \left\{ \frac{|x|}{1+|x|} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$

b)  $N := \left\{ x + \frac{1}{x} \mid \frac{1}{2} < x \leq 2 \right\}$

c)  $P := \{x \in \mathbb{R} \mid \exists y \in \mathbb{R} : (x+1)^2 + 5y^2 < 4\}$  (Benutze eine Skizze!)

**Hinweis:** Erratet zunächst das Supremum/Infimum

2. Welche der folgenden Aussagen sind gültige Einwände gegen das Sprichwort “Alles verstehen heisst alles verzeihen”?

a) Niemand versteht alles.

b) Ich verstehe die Eifersucht, aber ich kann sie nicht verzeihen.

c) Ich verstehe alles, aber die Eifersucht kann ich nicht verzeihen.

d) Niemand würde alles verzeihen.

e) Obwohl ich alles verzeihe, verstehe ich die Eifersucht nicht.

3. a) Gegeben sei eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Welche Eigenschaften von  $f$  beschreiben die folgenden Formeln?

1.  $\exists \alpha \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \alpha.$

2.  $\forall \alpha \in \mathbb{R} \exists x \in \mathbb{R} : f(x) \geq \alpha.$

3.  $\forall x \in \mathbb{R} : f(x + \alpha) = f(x).$

4.  $\exists \alpha \in \mathbb{R} \forall x \in \mathbb{R} : f(x + \alpha) = f(x).$

- b) Sei  $f : \mathbb{Z}^{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$  eine Funktion.

Schreiben Sie die Negation der folgenden Aussage mit den Quantoren  $\forall, \exists$ .

$$\exists N \in \mathbb{Z}^{\geq 0} \quad \forall n > N : f(n) \leq \frac{1}{2}$$

**Bitte wenden!**

4. Übersetzen Sie zwei Sprichwörter, Redewendungen, Liederzeilen oder Aussagen der natürlichen Sprache in die Prädikatenlogik.

*Beispiele:*

- Auch ein blindes Huhn findet mal ein Korn.

*Übersetzung:*

$$\forall x \in \{\text{Hühner}\} : ((x \text{ ist blind}) \vee (x \text{ kann sehen})) \implies (\exists y \in \{\text{Körner}\} : x \text{ findet } y)$$

- Nichts wird so heiss gegessen, wie es gekocht wird.

*Übersetzung:*

$$\forall x \in \{\text{Esswaren}\} : \neg(\text{Kochtemperatur}(x) = \text{Essenstemperatur}(x))$$

**Abgabe:** Freitag 4. Oktober 2013 in die Fächlein der Übungsleiter im HG F 28 .

## 5. Online-Abgabe

**Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben:** Sonntag 6. Oktober 2013, 17:00 Uhr.

**Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.**

1. Welche der folgenden Zahlen sind keine obere Schranke für die Menge  $M := \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 2013\}$ ?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2012
- (d) 2013
- (e) 2014
- (f) 2063

**Siehe nächstes Blatt!**

2. Das Supremum der Menge  $M := \{\frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{Z}^{\geq 1}\}$  ist

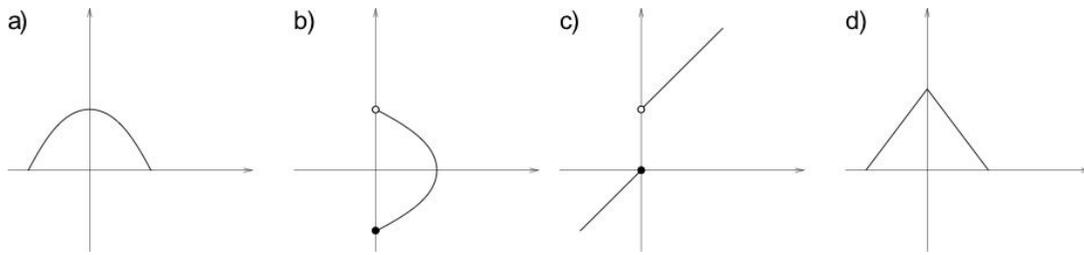
- (a) 0
- (b)  $\frac{1}{2}$
- (c) 1
- (d)  $\infty$
- (e) existiert nicht

3. Das Supremum der Menge  $\{\pm\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{Z}^{\geq 1}\}$  ist

- (a) -1
- (b) 0
- (c)  $\frac{1}{2}$
- (d) 1
- (e)  $\infty$
- (f) existiert nicht

**Bitte wenden!**

4. Welche der folgenden Teilmengen sind Graphen von Funktionen (in  $x$ )? (Die horizontale Achse stellt die  $x$ -Achse dar und die vertikale Achse stellt die  $y$ -Achse dar.)



- (a) Nur (a).
- (b) Nur (a) und (b).
- (c) Nur (a) und (d).
- (d) Nur (a), (c) und (d).
- (e) Nur (c) und (d).