

Serie 3

1. Sei $C \subset \mathbb{R}^2$ die Lösungsmenge der Gleichung

$$3x^2 + 8xy - 3y^2 = 1.$$

Finde Funktionen

$$x \mapsto y := f(x)$$

die durch C implizit definiert sind und zwar so, dass deren Graphen C komplett abdecken.

2. Für jedes $x \in \mathbb{R}$ sei durch

$$p_x(y) = y^3 + 4y^2 + xy$$

eine Polynomfunktion $p_x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben. Definiere eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$x \mapsto \text{kleinste Nullstelle von } p_x.$$

Beschreibe f durch eine Formel und skizziere den Graphen von f .

3. **Eigenschaften von Abbildungen in mehreren Variablen:**

Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

a) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $(x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := xyz$.

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $t \mapsto f(t) := (\cos(t), \sin(t), t)$.

c) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $(x, y) \mapsto f(x, y) := (x + y, x + y)$.

d) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $(x, y) \mapsto f(x, y) := (x + y, x - y)$.

Abgabe: Freitag 11. Oktober 2013 in die Fächlein der Übungsleiter im HG F 28 .

4. **Online-Abgabe**

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Sonntag 13. Oktober 2013, 17:00 Uhr.

Bitte wenden!

1. Die auf allen reellen Zahlen definierten Funktionen f und g seien ungerade. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- (a) Die Funktion $f + g$ ist ungerade.
- (b) Die Funktion $f - g$ ist ungerade.
- (c) Die Funktion $f \cdot g$ ist ungerade.
- (d) Die Funktion f/g ist gerade. Hier wird angenommen, dass 0 nicht im Bild von g ist.

2. Was ist die Lösungsmenge der reellen Gleichung $x \cdot \operatorname{sgn}(y) + y \cdot \operatorname{sgn}(x) = 0$?

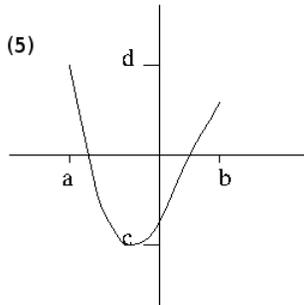
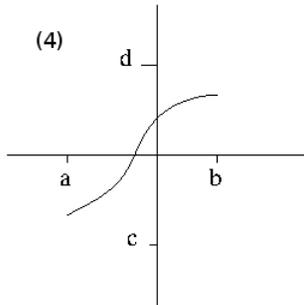
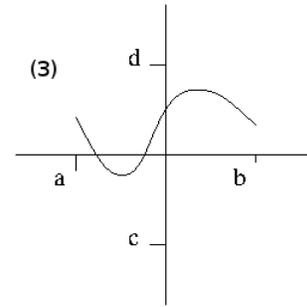
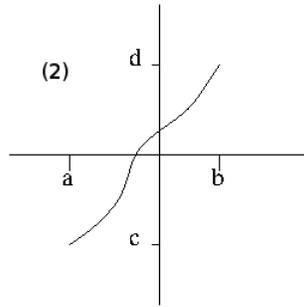
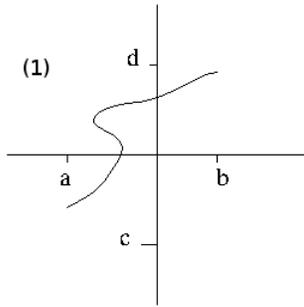
- (a) $\{(0, 0)\}$
- (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\}$
- (c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x + y| = 0\}$
- (d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = y \text{ oder } x = -y\}$

3. Welche der folgenden Funktionen $] - 1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ ist streng monoton wachsend?

- (a) $x \mapsto |x| + x$
- (b) $x \mapsto x^3 - x$
- (c) $x \mapsto \frac{x^3 - 2x^2}{5 - x}$
- (d) $x \mapsto e^x$
- (e) $x \mapsto \arctan(-2x)$

Siehe nächstes Blatt!

4. Welches der folgenden Bilder ist der Graph einer injektiven Funktion $[a, b] \rightarrow [c, d]$?



- (a) (2)
- (b) (1) und (2)
- (c) (2) und (4)
- (d) (1), (2) und (4)
- (e) (2), (3), (4) und (5)