D-MATH | Analysis I D-ITET | HS 2013
Prof. Richard Pink

Serie 7

1. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z = 2 - 3i$ und $w = 1 + 4i$. Bestimmen Sie

a) $\dfrac{z}{w}$,

b) $\dfrac{\overline{z}}{w}$,

c) $\overline{zw}$,

d) $\overline{\left(\dfrac{z}{w}\right)}$,

Geben sie das Ergebnis jeweils in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

2. Skizzieren Sie die folgenden Punktmengen in der komplexen Zahlenebene:

a) $A := \Big\{ z \in \mathbb{C} \;:\; 1 < |z - i| < 2 \Big\}$,

b) $B := \Big\{ z \in \mathbb{C} \;:\; |z| \geq 1, \operatorname{Im} z > 0, |\operatorname{Re} z| \leq \dfrac{1}{2} \Big\}$

c) $C := \Big\{ z \in \mathbb{C} \;:\; 0 < \operatorname{Re}(iz) < 1 \Big\}$,

d) $D := \Big\{ z \in \mathbb{C} \;:\; |z| = \operatorname{Re}(z) + 1 \Big\}$.

3. Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden quadratischen Gleichung mit komplexen Koeffizienten:

$$z^2 + (1 - i)z - 5i = 0.$$

4. Bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen

a) $\sum_{n=0}^{\infty} n z^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} n^n z^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-n} n! z^n$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} z^{2n}$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n^2}$

Abgabe: Freitag 8.11.2013 in die Fächlein der Übungsleiter im HG F 28 .

5. Online-Abgabe

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Sonntag 10.11.2013, 17:00 Uhr.

Bitte wenden!

1. Welche der folgenden Begründungen für Aussagen über eine Reihe ist logisch korrekt?

(a) Die Reihe hat unendlich viele Glieder, die alle grösser als Null sind; daher divergiert die Reihe.

(b) Bei jedem Schritt addiert man weniger dazu als beim vorangegangenen; daher konvergiert die Reihe.

(c) Die Folge der Partialsummen der Reihe ist monoton; daher konvergiert die Reihe.

(d) Alle Glieder der Reihe sind positiv und die Reihe konvergiert; daher konvergiert die Reihe absolut.

2. Sei z in der oberen Halbebene. Dann ist ...

(a) $\frac{1}{z}$ in der oberen Halbebene.

(b) $-\frac{1}{z}$ in der oberen Halbebene.

(c) $\overline{z}$ in der oberen Halbebene.

(d) $-\frac{1}{\overline{z}}$ in der oberen Halbebene.

3. Es ist $\arg\left(\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^4\right) =$

(a) $\frac{\pi}{3}$

(b) $\frac{2}{3}\pi$

(c) $\frac{5}{6}\pi$

(d) π

(e) $\frac{3}{2}\pi$

Siehe nächstes Blatt!

4. Was ist an folgendem Argument falsch?

$$-1 = i^2 = \left(\sqrt{-1}\,\right)^2 = \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1.$$

(a) Die Quadratwurzel $\sqrt{-1}$ existiert nicht.

(b) Die komplexe Quadratwurzel ist keine eindeutig definierte Funktion.

(c) i ist nicht wohldefiniert.

(d) Es kommt etwas Falsches heraus.