Vorlesung Analysis I für D-ITET im HS 2013

Körper

Körper-Axiome	
Ein Körper ist eine Menge K zusammen mit zwei binären Operationen $+$ und $\cdot$ sowie zwei ausgezeichneten Elementen 0 und 1, so dass folgendes gilt:	
$\forall x\ \forall y\colon\quad x+y=y+x$	Kommutativität der Addition
$\forall x\ \forall y\ \forall z\colon\quad x+(y+z)=(x+y)+z$	Assoziativität der Addition
$\forall x\colon\quad 0+x=x$	Neutrales Element der Addition
$\forall x\ \exists x'\colon\quad x+x'=0$	Inverses Element der Addition
$\forall x\ \forall y\colon\quad x\cdot y=y\cdot x$	Kommutativität der Multiplikation
$\forall x\ \forall y\ \forall z\colon\quad x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot y)\cdot z$	Assoziativität der Multiplikation
$\forall x\colon\quad 1\cdot x=x$	Neutrales Element der Multiplikation
$\forall x\neq 0\ \exists x'\colon\quad x\cdot x'=1$	Inverses Element der Multiplikation
$\forall x\ \forall y\ \forall z\colon\quad x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z$	Distributivität
$1\neq 0$	Nichttrivialität

Das inverse Element der Addition zu x ist eindeutig bestimmt und wird auch mit $-x$ bezeichnet. Für $x+(-y)$ schreibt man auch $x-y$.

Das inverse Element der Multiplikation zu $x\neq 0$ ist eindeutig bestimmt und wird auch mit $\frac{1}{x}$ bezeichnet. Für $x\cdot\frac{1}{y}$ schreibt man auch $\frac{x}{y}$.

Beispiele von Körpern
Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen
Die Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen
Die Menge $\mathbb{C}$ der komplexen Zahlen
Die Menge $\mathbb{F}_2$ der binären Zahlen

Binäre Zahlen: $\mathbb{F}_2=\{0,1\}$ mit den folgenden Operationen:

$+$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\cdot$	0	1
0	0	0
1	0	1