

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
	1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
0	0	0	0	5	0	24	16	8	6	12
1	1	5	9	3	6	1	0	1	0	3
1	1	10	13	11	8	6	3	1	2	8
0	0	5	4	18	2	18	12	2	7	13
1	1	10	13	21	8	24	16	5	8	19
0	0	5	4	13	2	24	17	6	7	16

Schritt 1: Reduzierung der 1. Spalte mittels Pivotelement 1.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
0	0	0	5	0	24	16	8	6	12
0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
0	10	8	11	4	6	3	0	2	7
0	5	4	18	2	18	12	2	7	13
0	10	8	21	4	24	16	4	8	18
0	5	4	13	2	24	17	6	7	16

Schritt 2a: Auswahl Pivotelement 5 in der 2. Spalte und Vertauschung der 2. und 3. Zeile.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
	1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
	0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
0	0	0	0	5	0	24	16	8	6	12
2	0	10	8	11	4	6	3	0	2	7
1	0	5	4	18	2	18	12	2	7	13
2	0	10	8	21	4	24	16	4	8	18
1	0	5	4	13	2	24	17	6	7	16

Schritt 2b: Reduzierung der 2. Spalte.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
0	0	0	5	0	24	16	8	6	12
0	0	0	5	0	4	3	0	2	3
0	0	0	15	0	17	12	2	7	11
0	0	0	15	0	22	16	4	8	14
0	0	0	10	0	23	17	6	7	14

Schritt 3a: Auswahl Pivotelement 5 in der 4. Spalte und Vertauschung der 3. und 4. Zeile.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
	1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
	0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
	0	0	0	5	0	4	3	0	2	3
1	0	0	0	5	0	24	16	8	6	12
3	0	0	0	15	0	17	12	2	7	11
3	0	0	0	15	0	22	16	4	8	14
2	0	0	0	10	0	23	17	6	7	14

Schritt 3b: Reduzierung der 4. Spalte.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
0	0	0	5	0	4	3	0	2	3
0	0	0	0	0	20	13	8	4	9
0	0	0	0	0	5	3	2	1	2
0	0	0	0	0	10	7	4	2	5
0	0	0	0	0	15	11	6	3	8

Schritt 4a: Auswahl Pivotelement 5 in der 6. Spalte und Vertauschung der 4. und 5. Zeile.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
	1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
	0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
	0	0	0	5	0	4	3	0	2	3
	0	0	0	0	0	5	3	2	1	2
4	0	0	0	0	0	20	13	8	4	9
2	0	0	0	0	0	10	7	4	2	5
3	0	0	0	0	0	15	11	6	3	8

Schritt 4b: Reduzierung der 6. Spalte.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
	1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
	0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
	0	0	0	5	0	4	3	0	2	3
	0	0	0	0	0	5	3	2	1	2
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2

Schritt 5: Auswahl Pivotelement 1 in der 7. Spalte und Reduzierung der 7. Spalte.

Gauss-Elimination für den allgemeinen Fall am Beispiel eines 7×9 -Systems:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	1
1	0	5	0	4	0	0	1	0	1
0	5	4	3	2	1	0	0	0	2
0	0	0	5	0	4	3	0	2	3
0	0	0	0	0	5	3	2	1	2
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fertig!

Schneller geht es mit `rref` in MATLAB (siehe `gaussbeispiel.m`)

Interpretation als LR-Zerlegung:

$$\mathbf{PA} = \mathbf{LR}$$

mit

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 24 & 16 & 8 & 6 \\ 1 & 5 & 9 & 3 & 6 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 13 & 11 & 8 & 6 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 5 & 4 & 18 & 2 & 18 & 12 & 2 & 7 \\ 1 & 10 & 13 & 21 & 8 & 24 & 16 & 5 & 8 \\ 0 & 5 & 4 & 13 & 2 & 24 & 17 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{L} = \left(\begin{array}{ccccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\mathbf{R} = \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 5 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 4 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$