

Serie 3

I. Multiple Choice: Online abzugeben.

1. Ein Gleichungssystem $Ax = b$ mit A orthogonal (d. h. $AA^T = A^T A = I_n$) ist für beliebige rechte Seiten b eindeutig lösbar.

- (a) richtig
- (b) falsch

2. Die LR-Zerlegung (ohne Zeilenvertauschung) der Matrix $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 1 & 6 \\ 10 & 8 & 5 & 14 \\ 15 & 14 & 17 & 36 \end{pmatrix}$ liefert

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } R = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) richtig
- (b) falsch

3. Die Inverse einer symmetrischen Matrix, falls sie existiert, ist symmetrisch.

- (a) richtig
- (b) falsch

4. Eine $n \times n$ -Matrix A ist nicht invertierbar genau dann, wenn das Gleichungssystem $Ax = b$ nicht für jedes b lösbar ist.

- (a) richtig
- (b) falsch

Bitte wenden!

5. Sei A eine $n \times n$ -Matrix. Das Gleichungssystem $Ax = b$ sei nicht für jedes b lösbar. Dann hat das homogene Gleichungssystem $Ax = 0$ mindestens eine nicht-triviale Lösung.

- (a) richtig
- (b) falsch

II. a) Lösen Sie folgendes Gleichungssystem

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 + 4x_3 &= -1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\ -6x_1 + 4x_2 + 14x_3 &= -2 \end{aligned}$$

mit Hilfe der LR-Zerlegung (mit Zeilenvertauschung).

b) Lösen Sie das Gleichungssystem in Teilaufgabe a) nochmals mit Hilfe von MATLAB.

III. a) Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 5 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $(AB)^T$, $A^T B^T$ und $B^T A^T$.

- b) Zeigen Sie, dass für beliebige quadratische Matrizen C gilt, $C + C^T$ ist symmetrisch.
- c) Zeigen Sie, dass für beliebige Matrizen M gilt, $M^T M$ und MM^T sind symmetrisch.
- d) Beweisen Sie Ihre Antwort in Aufgabe I. 3..

IV. a) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass A regulär ist.

b) Für welche Werte des Parameters γ ist

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \gamma \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & \gamma & 3 \end{pmatrix}$$

singulär?

c) Für welche Werte der Parameter α und β ist

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & \alpha + 2 & \beta - 2 \\ -3 & 2\alpha - 3 & \alpha^2 - \beta^2 + 2\beta + 3 \end{pmatrix}$$

regulär?

Abgabe: Semesterwoche 5 in den jeweiligen Übungen beim zugeteilten Assistenten.