

Serie 5

I. *Multiple Choice: Online abzugeben. Ev. sind mehrere Antworten richtig.*

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (a) Die Menge aller $n \times n$ Matrizen bilden einen reellen Vektorraum.
- (b) Die Menge aller regulären $n \times n$ Matrizen bilden einen reellen Vektorraum.

2. Die Menge $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$ bildet einen Unterraum von \mathbb{R}^4 .

- (a) Richtig.
- (b) Falsch.

3. Die Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ bilden ein Erzeugendensystem von \mathbb{R}^3 .

- (a) Richtig.
- (b) Falsch.

4. In welchen Fällen bilden die Vektoren keine Basis von \mathbb{R}^3 ?

- (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Bitte wenden!

II. [Prüfungsaufgabe, Frühling 07] Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & b & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 7 & -1 & c \\ 5 & 1 & d & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie $\det A$.

Hinweis: Wenden Sie nicht direkt das Gaußverfahren an, sondern nutzen Sie die Struktur der Matrix aus (stand nicht in der Prüfung).

b) Für welche Werte der Parameter a, b, c, d ist die Matrix A singulär?

c) Gegeben sei die 2×2 Matrix

$$A := \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

- Für welche a, b, c, d ist A regulär?
- Bestimmen Sie für A regulär die Inverse A^{-1} .

III. a) Sei V die folgende Teilmenge des \mathbb{R}^3 : $\{(x, y, 2x + y)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x, y \in \mathbb{R}\}$. Zeigen Sie, dass V ein Unterraum des reellen Vektorraumes \mathbb{R}^3 ist.

b) Ist die Menge $W = \{(x, 2x + 1, x)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x \in \mathbb{R}\}$ auch ein Unterraum von \mathbb{R}^3 ? Begründen Sie Ihre Antwort.

IV. Bestimmen Sie in den folgenden vier Fällen, ob die Vektoren im \mathbb{R}^3 bzw. \mathbb{R}^4 linear abhängig oder linear unabhängig sind. Geben Sie eine Begründung an.

a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Abgabe: Semesterwoche 7 in den jeweiligen Übungen beim zugeteilten Assistenten.