D-ITET, D-MATL, RW | Lineare Algebra | HS 2013

Prof. Dr. K. Nipp

C. Schillings

Serie 1

Multiple Choice: Online abzugeben.
Man löse die folgenden zwei Gleichungssysteme mit dem Gauss–Algorithmus:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & = & b_1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & b_2 \\ x_1 & + & 3x_2 & + & 6x_3 & + & 10x_4 & = & b_3 \\ x_1 & + & 4x_2 & + & 10x_3 & + & 20x_4 & = & b_4 \end{array}$$

1. Für $b_1 = 1,\ b_2 = 3,\ b_3 = 2,\ b_4 = 2$ ist die Lösung:

(a) $x_4 = \frac{7}{4},\ x_3 = -3,\ x_2 = \frac{3}{2},\ x_1 = 1$

(b) $x_4 = \frac{6}{4},\ x_3 = -2,\ x_2 = \frac{5}{2},\ x_1 = 2$

(c) $x_4 = \frac{5}{4},\ x_3 = -4,\ x_2 = \frac{7}{2},\ x_1 = 3$

(d) $x_4 = \frac{3}{4},\ x_3 = -6,\ x_2 = \frac{9}{2},\ x_1 = 4$

2. Für $b_1 = 0,\ b_2 = -3,\ b_3 = 2,\ b_4 = 1$ ist die Lösung:

(a) $x_4 = -5,\ x_3 = 14,\ x_2 = -7,\ x_1 = -11$

(b) $x_4 = -4,\ x_3 = 13,\ x_2 = -6,\ x_1 = -10$

(c) $x_4 = -3,\ x_3 = 12,\ x_2 = -5,\ x_1 = -9$

(d) $x_4 = -2,\ x_3 = 11\ x_2 = -4,\ x_1 = -8$

3. Angeregt durch die berühmte Kaninchenaufgabe von Leonardo von Pisa (1170–1250), genannt Fibonacci, stellen wir die folgende Aufgabe:

Annahme: Neugeborene Kaninchenpaare bringen nach dem ersten und dem zweiten Monat jeweils ein neues Kaninchenpaar zur Welt und stellen dann die weitere Fortpflanzung ein. Am Anfang existiert ein neugeborenes Paar.

Frage: Wieviele neugeborene Kaninchenpaare gibt es nach einer vorgegebenen Anzahl von Monaten?

a) Berechnen Sie die Anzahl neugeborener Kaninchenpaare $k(n)$ nach n Monaten für $n = 1, 2, 3, 10, 20$.

b) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge $k(n)/k(n-1)$ für $n \to \infty$ unter der Annahme, dass dieser existiert.

c) Berechnen Sie mit Hilfe von **b)** eine Näherung für $k(50)$ und $k(100)$.
Hinweis: Benützen Sie $k(20)$ aus **a)**.

Abgabe: Semesterwoche 3 in den jeweiligen Übungen beim zugeteilten Assistenten.