D-ITET, D-MATL, RW | Lineare Algebra | HS 2013
Prof. Dr. K. Nipp
C. Schillings

Serie 13

I. *Multiple Choice: Online abzugeben. Ev. sind mehrere Antworten richtig.*

1. Jede reelle halbeinfache $n \times n$-Matrix ist ähnlich zu einer reellen Diagonalmatrix.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

2. Jede reelle halbeinfache $n \times n$-Matrix ist ähnlich zu einer komplexen Diagonalmatrix.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

3. Jede reelle halbeinfache $n \times n$-Matrix ist ähnlich zu einer reellen Blockdiagonalmatrix mit Diagonalblöcken der Ordung 1 oder 2.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

4. Jede reelle $n \times n$-Matrix ist ähnlich zu einer reellen Blockdiagonalmatrix mit Diagonalblöcken der Ordung 1 oder 2.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

Bitte wenden!

5. Jede reelle $n \times n$-Matrix ist ähnlich zu einer komplexen Diagonalmatrix.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

6. Jede reelle $n \times n$-Matrix ist ähnlich zu einer reellen oberen Blockdreiecksmatrix mit Diagonalblöcken der Ordung 1 oder 2.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

7. Jede reelle $n \times n$-Matrix ist orthogonal ähnlich zu einer reellen oberen Blockdreiecksmatrix mit Diagonalblöcken der Ordung 1 oder 2.

(a) Richtig.

(b) Falsch.

8. Die reelle, halbeinfache Matrix A sei ähnlich zur komplexen Diagonalmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{pmatrix}.$$

Dann ist A ähnlich zur Blockdiagonalmatrix

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Siehe nächstes Blatt!

9. Sei eine Singulärwertzerlegung der rellen $m \times n$-Matrix A gegeben als $A = USV^T$. Dann gilt:

(a) U ist eine orthogonale $n \times m$-Matrix.

(b) U ist eine orthogonale $m \times m$-Matrix.

(c) V ist eine orthogonale $n \times n$-Matrix

(d) V ist eine orthogonale $m \times n$-Matrix

(e) S ist eine $m \times m$-Diagonalmatrix.

(f) S ist eine $m \times n$-Matrix.

(g) In der Diagonalen von S stehen Eigenwerte von $A^T A$, falls $m \geq n$, bzw. von AA^T, falls $m \leq n$.

(h) In der Diagonalen von S stehen Quadrate der Eigenwerte von $A^T A$, falls $m \geq n$, bzw. von AA^T, falls $m \leq n$.

(i) In der Diagonalen von S stehen Wurzeln der Eigenwerte von $A^T A$, falls $m \geq n$, bzw. von AA^T, falls $m \leq n$.

II. Bestimmen Sie die Lösung des inhomogenen Anfangswertproblems $\dot{y} = A\,y + f(t)$, $y(0) = y^0$, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \qquad y^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}, \qquad f(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(t) + \sin(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}.$$

Hinweis: Benutzen Sie zur Bestimmung einer partikulären Lösung den Ansatz

$$y_p(t) = \cos(t) \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ c \end{pmatrix} + \sin(t) \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ d \end{pmatrix}.$$

III. **a)** Bestimmen Sie für die Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ -5 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

die reelle Normalform $\widetilde{D}$ sowie die reelle Transformationsmatrix $\widetilde{T}$.

Bitte wenden!

b) Überprüfen Sie das Resultat mit Hilfe von MATLAB.

IV. **a)** Bestimmen Sie mit Hilfe von MATLAB die Singulärwerte der folgenden zwei Matrizen:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Lösen Sie hierzu das Eigenwertproblem von ${A_i}^T A_i$ oder $A_i {A_i}^T,\ i = 1, 2$.

(ii) Nutzen Sie die MATLAB-Funktion *svd*.

b) Was ist der Rang dieser zwei Matrizen?

Abgabe: Diese Serie muss nicht abgegeben werden und wird nicht korrigiert, mit Ausnahme von Aufgabe I, die bis am 20.12. online abgegeben werden kann.

Frohe Weihnachten!