D-MATH Lineare Algebra und Numerische Mathematik HS 2013
Prof. R. Hiptmair

MC-Frage Serie 1

Einsendeschluss: Donnerstag, den 26.09.2013 16:00 Uhr

---

1. Finden Sie durch Ausschreiben der Summen heraus, welche der folgenden Aussagen richtig sind für beliebige Wahl von $x_1, \ldots, x_n,\ y_1, \ldots, y_n \in \mathbb{R}$ und $a, b \in \mathbb{R}$.

√ (a) $\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$

$(x_1 + y_1) + \ldots + (x_n + y_n) = x_1 + \ldots + x_n + y_1 + \ldots + y_n \Rightarrow$ Aussage stimmt.

√ (b) $\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{k=1}^{n} x_k = \sum_{k=1}^{n} x_{n+1-k}$

$$\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \\
=&\sum_{k=1}^{n} x_k = x_1 + x_2 + \ldots + x_n \\
=&\sum_{k=1}^{n} x_{n+1-k} = x_n + \ldots + x_2 + x_1
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Aussage stimmt.

(c) $\sum_{i=1}^{n}(ax_i + b) = a\big(\sum_{i=1}^{n} x_i\big) + b$

$(ax_1 + b) + \ldots + (ax_n + b) \neq a(x_1 + \ldots + x_n) + b \Rightarrow$ Aussage falsch.

(d) $\sum_{i=1}^{n}(x_i \cdot y_i) = \big(\sum_{i=1}^{n} x_i\big) \cdot \big(\sum_{i=1}^{n} y_i\big)$

$(x_1y_1) + \ldots + (x_ny_n) \neq (x_1 + \ldots + x_n)(y_1 + \ldots + y_n) \Rightarrow$ Aussage falsch.

√ (e) $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j) = 0$

$(x_1 - \frac{1}{n}c) + \ldots + (x_n - \frac{1}{n}c) = (x_1 + \ldots + x_n) - c, c = x_1 + \ldots + x_n \Rightarrow$ Aussage stimmt.

√ (f) $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i \cdot y_j = \big(\sum_{i=1}^{n} x_i\big) \cdot \big(\sum_{j=1}^{n} y_j\big)$

$$\begin{aligned}
x_1y_1 + x_1y_2 + \ldots + x_1y_n +& \\
x_2y_1 + x_2y_2 + \ldots + x_2y_n +& \\
\ldots& \\
x_ny_1 + x_ny_2 + \ldots + x_ny_n +& \\
= (x_1 + \ldots + x_n)(y_1 + \ldots + y_n)&
\end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Aussage stimmt.

(g) $(a-1)\left(\sum_{i=0}^{n} a^i\right) = a^n - 1$

$$(a-1)\left(\sum_{i=0}^{n} a^i\right) = \sum_{i=0}^{n} a^{i+1} - \sum_{i=0}^{n} a^i \quad = a^{n+1} + \sum_{i=1}^{n} a^i - \sum_{i=1}^{n} a^i - 1 = a^{n+1} - 1 \quad \neq a^n - 1$$

$\Rightarrow$ Aussage falsch.