Studiengang Architektur — Mathematisches Denken — HS 2013

Übungsserie 1

Abgabe der (z.T. mit dem TR) gelösten Aufgaben: **Freitag 18. Oktober 2013** in der Vorlesung

1. Die **Kurve** γ ist durch die folgende Parameterdarstellung gegeben:

$$\gamma: \ [-4,4] \longrightarrow \mathbb{R}^2, \ t \longmapsto \vec{r}(t) := \begin{pmatrix} t-2 \\ 0.5\,t^2 - 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Skizzieren Sie die Kurve γ in ein ebenes Koordinatensystem (Anfangs- und Endpunkt beachten!). Berechnen Sie ferner die Koordinaten der Schnittpunkte von γ mit den Koordinatenachsen.

   (b) Welchen t-Wert hat der 'unterste' Punkt von γ? Welche Koordinaten hat er?

   (c) Bestimmen Sie eine Gleichung von γ in der Form $y = f(x)$.

2. Die Projektion der **Raumkurve** γ auf die (x,y)-Ebene ist eine Ellipse mit Halbachsen der Längen 2 und 4, die auf der x- bzw. auf der y-Achse liegen. Die Projektion von γ auf die (x,z)-Ebene ist ebenfalls eine Ellipse jedoch mit Halbachsen der Längen 2 und 3, wobei letztere auf der z-Achse liegt.

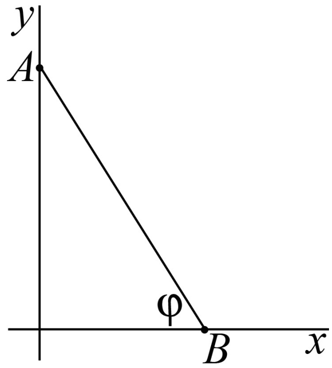
   (a) Wie lautet eine Parameterdarstellung einer solchen Kurve γ?

   (b) Skizzieren Sie ferner die Projektion γ'' von γ auf die (y,z)-Ebene (Aufriss) in ein (y,z)-Koordinatensystem.

   (c) In welchen Punkten durchstösst die Raumkurve γ die 'vordere' Parallelebene zur (y,z)-Ebene mit Abstand $\sqrt{3}$? (Geben Sie die t-Werte und die Koordinaten der betreffenden Punkte an.)

3. Die **Leiter** AB mit der Länge l steht auf dem horizontalen Boden (x-Achse) und lehnt an eine dazu senkrechte Hauswand (y-Achse). Die Leiter beginnt aus ihrer anfänglich vertikalen Lage langsam zu rutschen, so dass ihr oberes Ende A auf der y-Achse nach unten und ihr unteres Ende B auf der x-Achse nach aussen gleitet (Figur).

   Benutzen Sie den Parameter φ und ermitteln Sie damit eine Parameterdarstellung der Bahnkurve



   (a) von der Leitermitte M

   (b) von einem Punkt S (Leitersprosse), der vom unteren Leiterende B den Abstand b ($b < \frac{l}{2}$) hat.

   (c) Um was für eine Kurve handelt es sich bei (a) bzw. (b)? (Genaue Angabe der wesentlichen Elemente.)

4. **Ableitungstraining:** Leiten Sie die folgenden Funktionen ab.

(a) $x(t) = t - 1$	(b) $y(t) = 2t - 1$	(c) $y(t) = R\cos\left(\frac{2\pi}{60\,\mathrm{s}}\,t\right)$
(d) $x(t) = at\cos t$	(e) $y(t) = tR\sin\varphi$	(f) $y(\varphi) = tR\sin\varphi$
(g) $z(\varphi) = \frac{h}{2\pi}\,\varphi$	(h) $z(t) = \frac{h}{2\pi}\,\varphi$	(i) $y(\varphi) = e^{\varphi}\sin\varphi$

Bitte wenden!

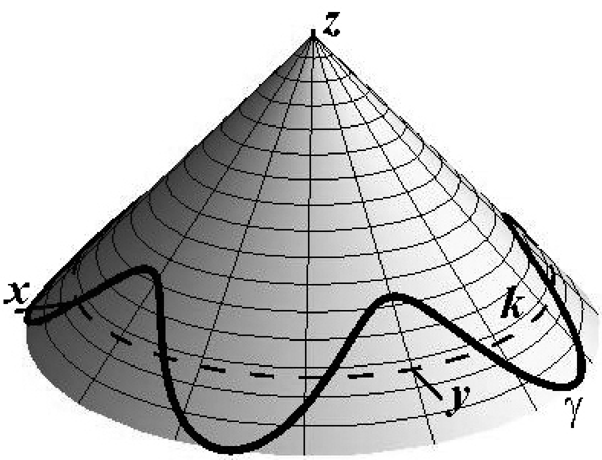
Übungsserie 1

5. Ein **Kran** mit Ausleger der Länge L dreht sich in der Zeit T einmal um seine Achse. Gleichzeitig bewegt sich die Laufkatze vom äussersten Punkt des Auslegers mit der Geschwindigkeit v auf dem Ausleger zum Turm hin. Ferner wird der Lasthaken von der Laufkatze gleichmässig in der Zeit T vom Boden in die Höhe H gezogen.

   (a) Erstellen Sie eine Skizze der Bahnkurve γ, die der Lasthaken beschreibt.

   (b) Führen Sie ein geeignetes Koordinatensystem ein und bestimmen Sie eine Parameterdarstellung dieser Bahnkurve.

6. Figur 2 zeigt die **Raumkurve** γ, die auf einem geraden Kreiskegel mit dem Öffnungswinkel $90°$ verläuft und dabei „sinusförmig" um den gestrichelten Kreis k vom Radius 5 mit den Abweichungen $\pm\sqrt{2}$ oszilliert. Wie lautet eine mögliche Parameterdarstellung des **Kreises** k und der Raumkurve γ. (Die Kurve γ schneidet den Kreis k genau zehnmal.)



Figur 2 (Aufgabe 6)