

Serie 1: Lineare Gleichungssysteme und Matrizen

Warm-up:

Als „Aufwärmübung“ empfehlen wir Ihnen aus Papula **Bd. 2** Kapitel I

- zu Abschnitt 1 die Übungsaufgaben 2 und 3 (S. 146),
- zu Abschnitt 2 die Übungsaufgaben 2,5,7 (S. 147-148).

Die „Aufwärmübungen“ sind NICHT abzugeben.

Falls Sie mit ebener und räumlicher Vektorrechnung noch nicht hinreichend vertraut sind, empfehlen wir Ihnen zusätzlich die Ausführungen in Papula **Bd 1** Kapitel II S. 45-83 sowie die zugehörigen Übungsaufgaben 1, 6-15 und 23-24 (S. 135-139).

1. Finden Sie alle möglichen Lösungen der folgenden Linearen Gleichungssystemen und beschreiben Sie welchen Typ diese als Schnittmenge von Ebenen hat.

a)

$$\begin{aligned}x + 4y + z &= 0 \\4x + 13y + 7z &= 0 \\7x + 22y + 13z &= 1\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x + y - z &= 0 \\4x - y + 5z &= 0 \\6x + y + 4z &= 0\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}x + 4y + z &= 0 \\4x + 13y + 7z &= 0 \\7x + 22y + 13z &= 0\end{aligned}$$

Bitte wenden!

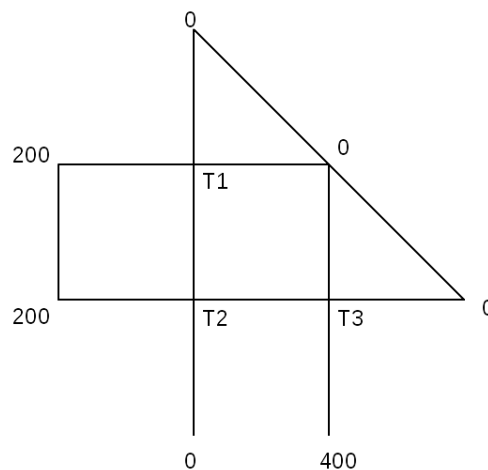
2. a) Stellen Sie sich vor, sie machen eine Schifffahrt vom Rheinfall nach Rheinau und wieder zurück. Die Reise flussabwärts von Rheinfall nach Rheinau dauert 20min und die Rückfahrt 40min. Die Entfernung zwischen Rheinfall und Rheinau entlang des Flusses beträgt 8km.

Wie schnell fährt das Schiff (relativ zum Wasser) und wie schnell fließt das Wasser im Rhein?

- b) Betrachten Sie untenstehendes Gitter aus Drähten, wobei die Temperatur der äußeren Punkte konstant ist. Wenn sich das Gitter im thermischen Gleichgewicht befindet, ist die Temperatur der inneren Gitterpunkte genau der Mittelwert der vier benachbarten Gitterpunkte. Zum Beispiel

$$T_2 = \frac{T_3 + T_1 + 200 + 0}{4}.$$

Bestimmen Sie die Werte T_1 , T_2 und T_3 wenn sich das Gitter im Gleichgewicht befindet.



3. Betrachten Sie folgendes lineares Gleichungssystem

$$x + y - z = 2$$

$$x + 2y + z = 3$$

$$x + y + (k^2 - 5)z = k,$$

wobei k eine beliebige Konstante ist. Für welche Werte von k

- hat dieses System eine eindeutige Lösung?
- hat dieses System unendlich viele Lösungen?
- ist das System inkonsistent, das heißt es ist nicht lösbar?

Siehe nächstes Blatt!

4. Das Skalarprodukt zweier Vektoren

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \text{ und } \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

in \mathbb{R}^n ist gegeben als

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n.$$

Beachten Sie, dass das Skalarprodukt Werte in \mathbb{R} annimmt. Die Vektoren \vec{x} und \vec{y} stehen senkrecht aufeinander, falls $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$.

a) Finden Sie alle Vektoren, die senkrecht sind zu

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

und machen Sie eine Skizze.

b) Finden Sie alle Vektoren in \mathbb{R}^4 die senkrecht stehen auf

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

5. Bestimmen Sie den Parameter λ so, dass

a) die Vektoren $\begin{pmatrix} \lambda \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \\ \lambda \end{pmatrix}$ den Abstand $\sqrt{2}$ haben.

b) die Vektoren $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \lambda \end{pmatrix}$ einen Winkel von 30° einschliessen.

c) sich die Ebenen

$$\begin{aligned} x - y + z &= 0, \\ 3x - y - z + 2 &= 0 \quad \text{und} \\ 4x - y - 2z + \lambda &= 0 \end{aligned}$$

in einer Geraden schneiden und bestimmen Sie diese Schnittgerade.

Bitte wenden!

d) sich die Geraden

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1} \quad \text{und} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$$

in einem Punkt schneiden und bestimmen Sie diesen Schnittpunkt.

Hinweis: Die Ortsvektoren $(x, y, z)^T$ der Punkte auf den beiden Geraden erfüllen jeweils zwei lineare Gleichungen. Stellen Sie zuerst diese Gleichungen auf.

Mehr **Informationen** zur Vorlesung und den Übungen finden Sie unter

http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/mathematik1_UMNW

Die **Übungsgruppen** finden jeweils statt am

- Montag von 15-17 Uhr für den Studiengang Umweltnaturwissenschaften BSc
- Mittwoch von 10-12 Uhr für den Studiengang Erdwissenschaften BSc
- Mittwoch von 13-15 Uhr für den Studiengang Agrarwissenschaften BSc sowie den Studiengang Lebensmittelwissenschaft BSc

Bitte tragen Sie sich so bald wie möglich in eine der Übungsgruppen ein.

Die **Präsenz** findet ab der zweiten Semesterwoche (d.h. ab Montag 23.9.2013) jeweils am Montag im Raum HG G 19.2, Mittwoch und Donnerstag im Raum HG G 19.1 von 12 bis 13 Uhr statt.