

Mathematik III - D-HEST Serie 1

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen, und vereinfachen Sie die Resultate soweit wie möglich:

- a) $x^{1/3}(1-x)^{2/3}$, für $x \in (0, 1)$.
- b) $\log(\log(1+x))$, für $x > 0$, wobei \log die Logarithmusfunktion zur Basis e bezeichnet.
- c) $x^{1/x}$, für $x > 0$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie mittels Separation der Variablen die Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{y^2}, \text{ für } x > 0, \text{ mit } y(e) = 2^{1/3}.$$

Aufgabe 3

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ der Differentialgleichung 2. Ordnung

$$x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = 0,$$

sowie das Verhalten von $x(t)$ für $t \rightarrow \infty$.

- b) Man betrachte nun die inhomogene Differentialgleichung

$$x''(t) - 3x'(t) + 2x(t) = 6e^{-t}. \quad (1)$$

Finden Sie eine partikuläre Lösung von (1).

- c) Lösen Sie das Anfangswertproblem für (1) unter der Anfangsbedingung $x(0) = 1, x'(0) = -3$.

Abgabe: Dienstag, 24. September, in der Übungsstunde, oder vor 18:00 Uhr am selben Tag im Fach des jeweiligen Assistenten. Die Fächer befinden sich im Vorraum des Büros HG E 66.1.

Zusätzliche Informationen zur Vorlesung verfügbar unter:

http://www.math.ethz.ch/education/bachelor/lectures/hs2013/other/mathematik3_HEST