

## Mathematik III - D-HEST Serie 3

### Aufgabe 1

Sei

$$y' - y = (xy)^2, \text{ mit } y \neq 0. \quad (1)$$

- Führen Sie die Variablensubstitution  $u = 1/y$  durch, um eine (inhomogene) lineare Differentialgleichung in  $u$  zu erhalten.
- Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von (1).

### Aufgabe 2

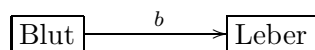
Bestimmen Sie mittels Variation der Konstanten die Lösung von

$$y' = \cos(x) - y, \text{ mit } y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 1.$$

*Hinweis:* Zeigen Sie durch wiederholte partielle Integration, dass  $\int \cos(x)e^x dx = \frac{e^x}{2}(\sin x + \cos x) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$ , gilt.

### Aufgabe 3

Für ein Medikament sei folgendes 2-Box-Kompartiment-Modell mit  $0 < b < 1$  gegeben:



Dies bedeutet, dass das Medikament mit einer Rate proportional zur Medikamentenmenge im Blut (und Proportionalitätskonstante  $b$ ) in die Leber fließt. Zur Zeit  $t \geq 0$  sei die Medikamentenmenge im Blut  $y_1(t)$ , in der Leber sei sie  $y_2(t)$ .

- Zu Beginn  $t = 0$  sei sie im Blut gleich  $y_{1,0}$  und in der Leber gleich 0. Bestimmen Sie die Entwicklungen der Medikamentenmenge

$$t \mapsto y_1(t), t \mapsto y_2(t)$$

und skizzieren Sie die zugehörigen Funktionsgraphen für  $y_{1,0} = 10$  und  $b = \frac{1}{2}$ .

- Um eine Mindestmenge  $y_{1,1}$  im Blut mit  $0 < y_{1,1} < y_{1,0}$  zu sichern, muss die Infusion mit  $y_{1,0}$  periodisch wiederholt werden. Bestimmen Sie die Periode in Abhängigkeit von  $b, y_{1,0}, y_{1,1}$  und skizzieren Sie den Funktionsgraphen.
- Man nehme nun an, dass dem Blut durch eine konstante Infusion eine Medikamentenmenge mit Rate  $g > 0$  zugeführt wird. Zu Beginn sei in beiden Kompartimenten die Menge gleich 0.

- i. Zeichnen Sie das zugehörige Kompartiment-Modell, bestimmen Sie die Entwicklungen  $t \mapsto y_1(t), t \mapsto y_2(t)$  und skizzieren Sie die zugehörigen Funktionsgraphen für  $g = 10$  und  $b = \frac{1}{2}$ .
  - ii. Angenommen, man unterbreche die Infusion bei  $t = T_1$  mit einer Menge im Blut  $Y_1$ . Bestimmen Sie den Verlauf für  $t \geq T_1$ . Um eine Mindestmenge von  $Y_2$  zu garantieren, starte die Infusion wieder zum Zeitpunkt  $T_2$ . Bestimmen Sie  $T_2$  und skizzieren Sie den Verlauf zwischen  $Y_1$  und  $Y_2$ .
- 

**Abgabe:** Dienstag, 8. Oktober, in der Übungsstunde, oder vor 18:00 Uhr am selben Tag im Fach des jeweiligen Assistenten. Die Fächer befinden sich im Vorraum des Büros HG E 66.1.