Koordinator
Pierre-François Rodriguez

Mathematik III - D-HEST

Serie 11

Aufgabe 1

Bestimmen Sie unter Verwendung geeigneter Transformationssätze die Laplace-Transformierte $F(s)$, $s > 0$, folgender Funktionen:

a) $f(t) = 4t^3 - t^2 + 2t$.

b) $f(t) = (t-4)^2 \cdot \sigma(t-4)$, wobei $\sigma(t) = 1$, für $t \geq 0$, und $\sigma(t) = 0$, für $t < 0$.

c) $f(t) = e^{-3t} \sin(\omega t)$, mit $\omega > 0$.

d) $f(t) = \cos^2(t-3) \cdot \sigma(t-3)$.

e) $f(t) = 2^{3t}$.

Aufgabe 2

Sei $f(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$, mit $\omega > 0$ und $A, B \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s)$ auf herkömmliche Art.

b) Die Funktion f ist bekanntlich auch die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $f'' = -\omega^2 f$. Bestimmen Sie $F(s)$ erneut, indem Sie die Laplace-Transformation auf diese Differentialgleichung anwenden und dabei den Ableitungssatz für Originalfunktionen verwenden.

Aufgabe 3

Berechnen Sie für gegebene Parameter $a, A > 0$ die Laplace-Transformierte der *Treppenfunktion*

$$f(t) = nA, \text{ falls } na \leq t < (n+1)a, \text{ für alle } n \geq 0.$$

Hinweis: es gilt $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ für alle $|q| < 1$ (geometrische Reihe).

Abgabe: Dienstag, 3. Dezember, in der Übungsstunde, oder vor 18:00 Uhr am selben Tag im Fach des jeweiligen Assistenten. Die Fächer befinden sich im Vorraum des Büros HG E 66.1.