



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich  
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

---

Name: \_\_\_\_\_ Departement: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_ Legi-Nr.: \_\_\_\_\_

---

Bitte lassen Sie die folgenden Felder frei, sie werden von den Korrektoren  
benutzt.

|           | 1. Korr. | 2. Korr. | Punkte | Bemerkungen |
|-----------|----------|----------|--------|-------------|
| Aufgabe 1 | _____    | _____    | _____  | _____       |
| Aufgabe 2 | _____    | _____    | _____  | _____       |
| Aufgabe 3 | _____    | _____    | _____  | _____       |
| Total     |          |          | _____  |             |

---

Vollständigkeit \_\_\_\_\_

Punktzahl \_\_\_\_\_

---

## Prüfung in Mathematik III

für die Studiengänge Agrar-, Erd-, Lebensmittel- und Umweltnaturwissenschaften

### Wichtig

- Füllen Sie den Kopf des Deckblattes aus!
- Legen Sie Ihre Legi offen auf den Tisch!
- Notieren Sie alle Zwischenresultate und Lösungswege! Begründen Sie ihre Lösungen!
- Hinter jeder (Teil-)Aufgabe steht die maximal erreichbare Punktzahl.

### Zugelassene Hilfsmittel

- Schriftliche Unterlagen,
- **kein** Taschenrechner,
- **kein** Handy.

Viel Erfolg!

1. Finden Sie eine Lösung  $u : [0, \pi] \times [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  der folgenden partiellen Differentialgleichung

$$u_t - u_{xx} = 0$$

unter den Nebenbedingungen  $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$  und  $u(x, 0) = 4 \sin(4x)$ .

*9 Punkte*

2. Benutzen Sie die Fouriertransformation in der  $x$ -Variablen, um das folgende Problem für  $t \geq 0$  zu lösen:

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} + 3u \\u(x, 0) &= e^{-x^2}.\end{aligned}$$

Hinweis: Die Fouriertransformation von  $f(x) := \exp(-c^2x^2)$  ist gegeben durch

$$\hat{f}(\lambda) = \frac{1}{2c\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{4c^2}\right).$$

*7 Punkte*

3. Eine Vogel- und eine Insektenpopulation werden wie folgt modelliert:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0.4x - 0.002xy \\ \frac{dy}{dt} = -0.2y + 0.000008xy \end{cases}$$

- a) Welche der Variablen  $x$  und  $y$  repräsentiert die Vogel- und welche die Insektenpopulation? Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Finden Sie die Gleichgewichtslösungen und interpretieren Sie diese.
- c) Finden Sie eine Differentialgleichung für  $\frac{dy}{dx}$ . Ist  $y(x)$  eine steigende oder fallende Funktion, falls  $(x, y) = (10000, 100)$ ?

*7 Punkte*